Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο

Αθηνών

Σχολή Θετικών Επιστημών

Μαθηματικό Τμήμα

Τομέας Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών

Μάθημα : Εισαγωγή στην Ψυχολογία & την Ψυχολογία των Μαθηματικών.

Διδάσκουσα κ. Στέλλα Βοσνιάδου.



Εργασία: «Η μαθηματική δεξιότητα»

μεταπτυχιακός φοιτητής

Ιωάννης Π. Πλατάρος Α.Μ. 211.502



ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΙΝΑΙ ΣΑΝ ΤΟ ΞΥΣΤΟ !.....

Ό,ΤΙ ΚΙ ΑΝ ΞΥΣΕΙΣ , ΤΑ ΑΝΑΚΑΛΥΠΤΕΙΣ ΑΠΟ ΚΑΤΩ!

Ι.ΑΡΑΧΩΒΙΤΗΣ
ΚΑΘ. ΠΑΝ. ΑΘΗΝΩΝ

5 Μαρτίου 2003

0. Πίνακας Περιεχομένων

1.Εισαγωγή



Η **δεξιότητα** στα μαθηματικά , όταν υπάρχει , είναι ευκταία και δεν μπορεί να αποτελεί κρίσιμο θέμα επιστημονικής έρευνας , αλλά απλώς ακαδημαϊκής τοιαύτης. Το μείζονος ενδιαφέροντος θέμα είναι η μαθηματική **α-δεξιότητα** η οποία αποτελεί ενδημικό φαινόμενο και είναι πάντα ζητούμενη η άρση της από τα πρόσωπα-φορείς της.

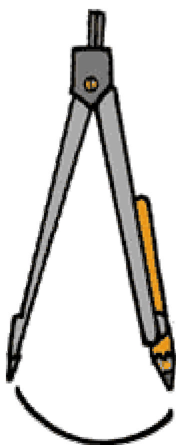
Η δεξιότητα ή η μη δεξιότητα στα μαθηματικά, είναι ταυτόσημες σχεδόν με την ικανότητα επίλυσης ή μη προβλημάτων και ειδικότερα μαθηματικών τοιούτων. Η παρούσα εργασία θα αναφερθεί στους παράγοντες που δημιουργούν ή επιτείνουν το φαινόμενο αυτό, θα διερευνήσει **διόδους άρσης του**, ενώ θα κατατεθούν και προσωπικές μαρτυρίες του γράφοντος από την σχεδόν εικοσαετή εμπειρία του στην τάξη , στην λεγόμενη και «μάχιμη» τάξη των συναδέλφων του πίνακα

Ειδικότερα θα αναφερθούμε στο πασίγνωστο φαινόμενο της **μαθηματικοφοβίας,** στις δυσκολίες που

παρουσιάζονται κατά την επίλυση ενός προβλήματος , στα **στερεότυπα** γύρω από τα μαθηματικά και τους μαθηματικούς, στις εκτεταμένες παρανοήσεις των μαθηματικών , στους **παρακανόνες** που δημιουργούν οι μαθητές, στις **προκαταλήψεις** για τα μαθηματικά και τους μαθηματικούς και θα κάνουμε και κάποιες προτάσεις για να βελτιωθούν κάποια πράγματα στην εκπαίδευση της Πατρίδας μας .

2.Το Ιστορικό πλαίσιο των συζητήσεων για την διδακτική των μαθηματικών

2.1 «ΤΑ ΜΟΝΤΕΡΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ»



Η μεγάλη συζήτηση για τα μαθηματικά και την προβληματική της κατανόησής τους, άρχισε με τις διαταραχές που προεκλίθησαν στην μαθηματική εκπαίδευση με την εισαγωγή των λεγομένων **«Μοντέρνων μαθηματικών»** στις αρχές της δεκαετίας του ΄50 στις ΗΠΑ και στις

αρχές του ΄60 στην Πατρίδα μας. Επρόκειτο για μία λίαν εκτεταμένη εκπαιδευτική μεταρρύθμιση όπου μάλλον παρωχημένα μαθηματικά (διτετράγωνες και αντίστροφες εξισώσεις, λογαριθμικές, εκθετικές, τριγωνομετρικές εξισώσεις, δύσκολοι γεωμετρικοί τόποι κ.ά.) έδωσαν την θέση τους σε λίαν χρήσιμους μαθηματικούς τομείς του σύγχρονου γίγνεσθαι όπως είναι τα στοιχεία Πιθανοτήτων και Στατιστικής. Φιλοσοφικός πυρήνας της μεταρρύθμισης και όχημα καθιέρωσής της ήσαν οι απόψεις του Brouner , ότι **«όλα τα θέματα είναι δυνατόν να διδαχθούν με κατάλληλο τρόπο σε όλους τους μαθητές και σε όλα τα στάδια των σπουδών τους»** Επίσης ο Brouner είπε ότι η διδασκαλία πρέπει να στοχεύει στην κατανόηση και όχι στην απομνημόνευση κάποιων κανόνων.

Οι αλλαγές αυτές μας ξεσήκωσαν θύελλα αντιδράσεων από διδάσκοντες και διδασκομένους. Εντός λίγων ετών εφαρμογής φάνηκε ότι κάποιοι μαθητές δεν μπορούσαν να εκτελέσουν πράξεις με φυσικούς αριθμούς! Σε εκείνη την περίοδο κυκλοφόρησε μας ΗΠΑ το γνωστό περιβόητο βιβλίο του **Moris Kline** που κυκλοφόρησε και στην χώρα μας υπό τον τίτλο *«Γιατί δεν μπορεί να κάνει*

πρόσθεση ο Γιάννης; Η αποτυχία των μοντέρνων μαθηματικών.»

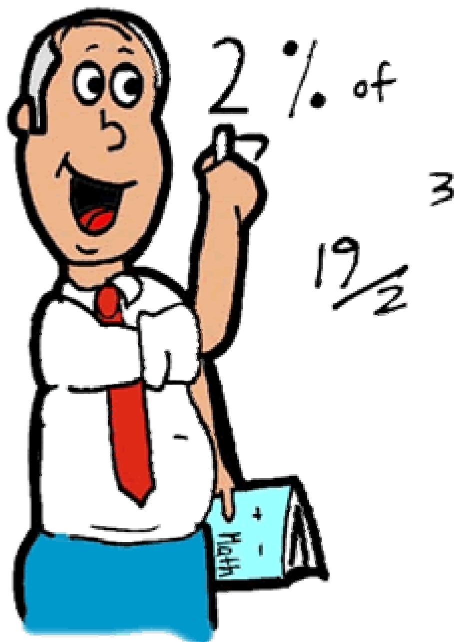
Τότε έγιναν μεγάλες συζητήσεις για τα μαθηματικά……

2.2 Η ΚΡΙΤΙΚΗ ΣΤΗΝ ΜΕΤΑΡΡΥΘΜΙΣΗ

Η ενδελεχής κριτική που ανεπτύχθη στα μοντέρνα μαθηματικά εκείνη την περίοδο επικεντρώθηκε στα εξής σημεία:

- Στην υπερβολική έμφαση στην αυστηρή δομή , στην αυστηρότητα και στον φορμαλισμό.
- Στην αποξένωση των μαθηματικών από τις φυσικές επιστήμες και τις εφαρμογές τους.
- Στην παραγνώριση της διδακτικής των μαθηματικών και κυρίως στο «πώς μαθαίνει ο μαθητής μαθηματικά»
- Στην υπερεκτίμηση της παραδοχής , ότι η κατανόηση της εσωτερικής δομής των μαθηματικών , οδηγεί στην μάθηση.
- Στην έλλειψη προετοιμασίας του διδακτικού προσωπικού να στηρίξει μια τέτοιας σημασίας μεταρρύθμιση.

- Στην υπερεκτίμηση της παραδοχής του Brouner , η οποία κάλυπτε ένα μικρό ποσοστό ταλαντούχων μαθητών.



Τότε δόθηκε το σύνθημα «πίσω πάλι στα παραδοσιακά μαθηματικά» αλλά τελικώς, δεν έγινε αυτή η επιστροφή, αλλά υπήρξε ένα σημείο ισορροπίας το οποίο ήταν η σύνθεση του παραδοσιακού και του νέου.

Τότε ,τέλει δεκαετίας του ΄70 , έχουμε ως κυρίαρχες τάσεις, τις εξής:

- Φεύγει από τα σχολικά εγχειρίδια η μεγάλη έκταση της συνολοθεωρίας , η αυστηρή απόδειξη και η αυστηρή θεμελίωση.
- Δίνεται έμφαση στις εφαρμογές των μαθηματικών και στις διαδικασίες επίλυσης προβλήματος.
- Συνδέονται τα μαθηματικά με άλλες επιστήμες.

Τα παραπάνω βεβαίως μόλις τώρα , προσπαθούμε να τα εισάγουμε στην Πατρίδα μας. .

2.3 ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΓΝΩΡΙΖΕΙ ΕΝΑΣ ΜΑΘΗΤΗΣ ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ.

Στα τέλη της δεκαετίας του ΄80 έχει κατασταλάξει η παγκόσμια μαθηματική κοινότητα στο τι πρέπει να γνωρίζει ένας μαθητής της Υ.Ε. σύμφωνα με το Εθνικό Συμβούλιο των διδασκόντων τα μαθηματικά- (National Council of Teacher's of Mathematics- NCTM)

Αυτά είναι:

- Να κατανοήσει τις βασικές μαθηματικές έννοιες.
- Ευχέρεια στην λογική σκέψη
- Δυνατότητα επικοινωνίας στην μαθηματική γλώσσα.
- Ευκολία στην αναγνώριση των μαθηματικών στον γύρω κόσμο.
- Δυνατότητα προσέγγισης των μαθηματικών προβλημάτων με αυτοπεποίθηση.
- Ικανότητα εφαρμογής των μαθηματικών γνώσεων σε πραγματικά προβλήματα.

Μια προσωπική κριτική θεώρηση στα παραπάνω , είναι ότι αποτελούν ένα καλό , άριστο ίσως ευχολόγιο, αλλά το αν είναι δυνατόν να πραγματοποιηθούν και σε ποίο ποσοστό, είναι ένα ανοικτό ζητούμενο . Οι στόχοι είναι σαφείς, αλλά τα μέσα και οι δυνατότητες πραγματοποίησής τους είναι ασαφείς και ισχνές.

3. Γιατί τελικά είναι δύσκολα τα μαθηματικά και ποιος είναι ο τύπος του έχοντος μαθηματικές δεξιότητες

3.1 ΓΙΑΤΙ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΙΝΑΙ ΔΥΣΚΟΛΑ

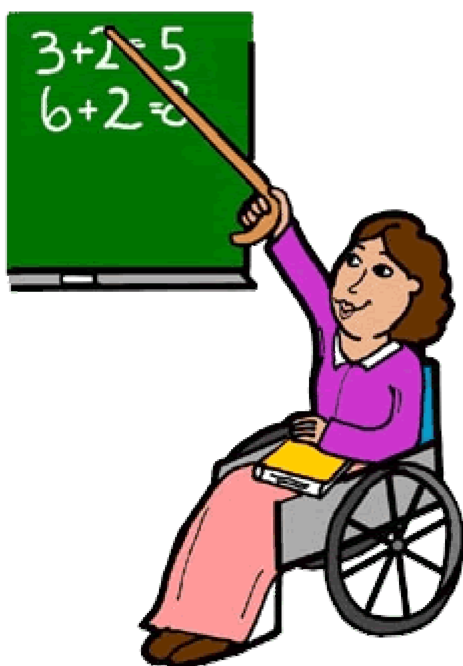
Αν και το ερώτημα είναι κλειστό , δεν πιστεύω ότι είναι δυνατόν να διαφωνήσει κάποιος καλόπιστα με την αντικειμενική δυσκολία των μαθηματικών η οποία έγκειται στα παρακάτω:

- Έχουν αφηρημένες και δυσνόητες έννοιες.
- Απαιτούν εντατική και συνεχή παρακολούθηση. Είναι γνωστή εξ άλλου η φράση που συνήθως λέμε: «Τα μαθηματικά είναι μια αλυσίδα. Αν σπάσει ένας κρίκος, δύσκολα επανασυνδέεται»
- Περιέχουν σύμβολα , τύπους , διαγράμματα πίνακες , τα οποία είναι δύσκολο να κατανοηθούν χωρίς τις κατάλληλες επεξηγήσεις.
- Δεν είναι ορατή η άμεση εφαρμογή τους στην καθημερινή μας ζωή, αλλά πρέπει να επεξηγηθεί με κατάλληλα παραδείγματα.

- Αποτελούν από μόνα τους μια ξέχωρη γλώσσα , την οποία καλούνται να μάθουν οι μαθητές.

3.2 ΤΟ ΠΡΟΤΥΠΟ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΔΕΞΙΟΤΗΤΑΣ

Σύμφωνα με **κοινώς παραδεκτές** απόψεις, ένα άτομο με **μαθηματικές δεξιότητες** χαρακτηρίζεται από :



- Αφαιρετική ικανότητα
- Ικανότητα αντίληψης του χώρου.
- Επαγωγική ικανότητα
- Παραγωγική ικανότητα
- Υπολογιστική ικανότητα
- Ικανότητα εφαρμογής γενικών αρχών σε αφηρημένες έννοιες καθώς και να εργάζεται με αυτές.
- Ικανότητα συμπύκνωσης και μνήμης.
- Μαθηματική φαντασία και διαίσθηση.
- Ικανότητα χρήσης συμβόλων και διαγραμμάτων.

4.Τι σημαίνει «μαθαίνω μαθηματικά» -Οι παράμετροι εκμάθησης.

4.1. ΤΙ ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΜΑΘΑΙΝΩ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Μια σύνθεση των επικρατουσών απόψεων που απαντούν στο ανωτέρω ερώτημα είναι τα παρακάτω:

i) Συνειδητοποιώ την **δομή** των μαθηματικών και την θεμελίωσή τους.

ii) Μαθαίνω **αλγόριθμους** και **αποδεικτικές διαδικασίες.**

iii) Μαθαίνω να **διακρίνω** πότε θα χρησιμοποιώ τον έναν ή τον άλλον αλγόριθμο και πότε την μια ή την άλλη διαδικασία.

iv) Μαθαίνω να χρησιμοποιώ τα μαθηματικά στην **επίλυση προβλημάτων**

v) Μαθαίνω να **σκέπτομαι** με μαθηματικό τρόπο.

4.2 ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ ΚΑΘΟΡΙΖΟΥΝ ΤΟΝ ΒΑΘΜΟ ΤΗΣ ΓΝΩΣΗΣ.

Ο Βαθμός ποικίλει και εξαρτάται από τα παρακάτω:

i) Την κοινωνική και πνευματική **υποδομή** του μαθητή.

ii) Την συγκεκριμένη **φυσική και συναισθηματική** του κατάσταση

iii) Την **ποιότητα** της παρούσας και πρότερης εμπειρίας στην γνώση.

iv) Την **ποιότητα αλληλεπίδρασης** μεταξύ δασκάλου και μαθητή και μεταξύ των μαθητών.

v) Την **σημασία** που αποδίδουν στην μαθηματική γνώση οι ίδιοι οι μαθητές.

4.3. ΟΙ ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ ΚΑΘΟΡΙΖΟΥΝ ΤΗΝ ΠΟΙΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΓΝΩΣΗΣ.

Η ποιότητα ποικίλει και βελτιώνεται από:

i) Την εξασφάλιση του **απαραιτήτου χρόνου** για συζήτηση και σκέψη πάνω σε νέα θέματα και εμπειρίες .

ii) Ευκαιρίες για **εμπέδωση και εξάσκηση**.

iii) Την **ομαδική** έρευνα

iv) Την νοητική **σύνδεση** λεκτικών, συμβολικών και νοητικών αναπαραστάσεων.

v) Την χρήση διαφόρων διδακτικών προσεγγίσεων , έτσι ώστε **όλοι οι μαθητές να μαθαίνουν**, ανεξάρτητα πώς το επιτυγχάνουν .

4.4 Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΕΚΜΑΘΗΣΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Καθορίζεται και εξαρτάται από :

i) Το **επιτυχημένο πέρασμα** από την χρήση της φυσικής γλώσσας , στην γλώσσα που χρησιμοποιείται στο μάθημα των μαθηματικών.

ii) Τον **βαθμό** με τον οποίο η νέα γνώση **συνδέεται** με την παλαιά.

iii) Την παρουσίαση **κατάλληλων παραδειγμάτων** –θεμάτων και τα οποία βοηθούν την δημιουργία νοητικών αναπαραστάσεων και τον σχηματισμό εικόνων , με στόχο την καλύτερη κατανόηση.

iv) Την δημιουργία στόχων, οι οποίοι να είναι τόσο **προκλητικοί**, ώστε οι μαθητές να κινητοποιούνται για την κατάκτηση της γνώσης.

v) Την **συχνότητα του προβληματισμού** που δημιουργείται από καταλλήλως επιλεγμένα θέματα. Την ποιότητα αλληλεπίδρασης μεταξύ δασκάλων και μαθητών και του βαθμού **υποστήριξης** των δασκάλων προς τους μαθητές.

vi) Την ενθάρρυνση για διερεύνηση και προβληματισμό.

5. Το φαινόμενο της Μαθηματικοφοβίας



5.1 Ο ΦΟΒΟΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥΣ

Ο φόβος για τα μαθηματικά είναι υπαρκτός λίγο πολύ σε όλους τους ανθρώπους αφού πρόκειται για μια αρκετά δύσκολη δραστηριότητα. Το ανησυχητικό είναι ότι ενίοτε ο μέχρι ενός ορισμένου σημείου φυσιολογικός φόβος (ή και το δέος για κάποια πράγματα) γίνεται φοβία . Η φοβία για τα μαθηματικά (που συχνά προσωποποιείται στους μαθηματικούς) φαίνεται στα πρόσωπα των συνομιλητών των μαθηματικών, όταν σε μια διαδικασία ρουτίνας όπου γίνονται οι συστάσεις

παγώνει το ευγενικό χαμόγελο στο άκουσμα της επαγγελματικής ιδιότητας :

-Τάδε Ταδόπουλος, μαθηματικός!……

Άλλοτε εκφράζεται μόνο δέος για την …ιδιότητα:

-Μαθηματικός ε;………Και πώς τα καταφέρνετε με όλα αυτά τα περίεργα πράγματα; Πω!-πω!….Με πιάνει πυρετός και που τ' ακούω!…….

Συνήθως όταν σε γράφει τροχονόμος στην εθνική οδό όπου συνήθως πας με 190 Km/h και τυχαίνει να πηγαίνεις την στιγμή της καταγραφής με 140Km/h (πταίσμα και άμεση σύλληψη) αλλά παρ΄ όλα ταύτα ο τροχονόμος σε γράφει μόνο για παράβαση του ορίου των 120 Km/h,(μόνο πρόστιμο) νοιώθεις την ανάγκη να πεις κι ένα «ευχαριστώ πολύ!»για την επιείκεια της αντιμετώπισης, για να εισπράξεις όμως και την απάντηση του τροχονόμου:

-Άλλη φορά να προσέχετε, να τρέχετε λιγότερο και ....να μην κόβετε τα παιδιά!….(Στον γράφοντα έχει τύχει τρεις φορές παρόμοιο περιστατικό!) Το να ψελλίσεις απολογούμενος ότι «....ξέρετε εγώ δεν …κόβω» είναι μάλλον μάταιο , καθώς το στερεότυπο κυριαρχεί και η συλλογική ευθύνη είναι …αναπόφευκτη:

-Σας ξέρουμε εσάς!……

Στην τηλοψία παρακολουθούμε αυθόρμητες ανερυθρίαστες και ….αναιδείς δημόσιες ομολογίες από διάφορα «πρότυπα» (οι…..μοντέλες!) :

-Εγώ ποτέ δεν ήμουν καλή στα μαθηματικά (γέλια) …φανταστείτε δεν ήξερα να κάνω πρόσθεση! (ηχηρότερα γέλια!) …τίποτα δεν ήξερα ! Ήμουν παντελώς άσχετη!……

Η παραπάνω κατ΄ ουσίαν έκφραση θριάμβου διότι παρ΄ ότι δεν ήξερε μαθηματικά πέτυχε στην ζωή της εκμεταλλευόμενη την κληρονομική σωματική της κατασκευή , δεν μπορεί να γίνει αναλογικά για άλλο μάθημα (λ.χ. Ιστορία) και να πει κάτι του ιδίου επιπέδου : «Δεν ήξερα ούτε με ποιους πολεμήσαμε το 1821» ή «ήμουν άσχετη με την μουσική και δεν ήξερα πόσες γραμμές έχει το πεντάγραμμο»

Το να μην γνωρίζεις μαθηματικά δεν είναι και τόσο απαξιωτικό, **διότι πάρα πολλοί δεν γνωρίζουν!** Η μεγάλη πλειονότητα! Ανήκουμε στην ασφάλεια της πλειονότητας! Άρα ουδείς ψόγος ή αισχύνη …..

Ένα σημαντικό και εξαιρετικά ανησυχητικό φαινόμενο που παρουσιάζεται τουλάχιστον στην Χώρα μας, είναι η ενδημούσα μαθηματικοφοβία των διδασκάλων των Δημοτικών, καθώς στην συντριπτική τους πλειονότητα προέρχονται από την πάλαι ποτέ «τρίτη δέσμη» η οποία αποτελούσε το μοναδικό «καταφύγιο» σε όσους

δεν τα κατάφερναν με τα μαθηματικά. Μια τέτοια αρνητική στάση προς τα μαθηματικά, δεν διορθώνεται κατά την διάρκεια της Πανεπιστημιακής φοίτησης (ίσως και να διογκούται μάλιστα) Στο τέλος βέβαια οδηγεί σε φαινόμενα του τύπου: «Η κυρία μας , μας κάνει περισσότερο γλώσσα απ΄ ότι μαθηματικά!» ή σε επαναλαμβανόμενα βασικά λάθη που εμμέσως ανακαλύπτει ο πανικόβλητος γονέας στο παιδί του καθώς το μικρό αποδεικνύεται ότι έχει δίκιο όταν ισχυρίζεται ότι «…αφού έτσι σου λέω μας το είπε η κυρία!» (Για να είμαστε δίκαιοι , όταν ακούμε έναν τέτοιο ισχυρισμό από μαθητή, συνήθως κατά 99% είναι λανθασμένος, αλλά αν τυχόν έχουμε…πέσει στο υπόλοιπο 1% , τα πράγματα είναι τραγικά)

5.2 Ο ΦΟΒΟΣ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Η αιτία μπορεί να είναι η ίδια η δυσκολία των μαθηματικών , η μικρή ή μεγάλη νοητική επάρκεια του μαθητή, η επάρκεια ή όχι του καθηγητή και άλλοι παράγοντες του οικογενειακού ή σχολικού περιβάλλοντος . Συνήθως είναι κάποιος συνδυασμός των παραπάνω σε μικρότερο ή μεγαλύτερο βαθμό. Η κατάληξη ενός τέτοιου φόβου και μιας συστηματικά επαναλαμβανόμενης αποτυχίας στα μαθηματικά οδηγεί

συνήθως στην γνωστή κατάσταση της **επίκτητης ανικανότητας**, όπου στο τέλος ο μαθητής πείθεται ότι δεν μπορεί να τα καταφέρει στα μαθηματικά και δεν καταβάλλει την παραμικρή προσπάθεια να τα αντιμετωπίσει, περιπίπτοντας σε έναν ατέρμονα φαύλο κύκλο ανατροφοδότησης της αποτυχίας του, από τον οποίον είναι εξαιρετικά δύσκολο να αποκοπεί. Τέτοιες καταστάσεις θα πρέπει να προλαμβάνονται εν τω γεννάσθαι, άλλως η δυσκολία αντιμετώπισής τους είναι δεδομένη.

6.Η διδασκαλία που προάγει την μαθηματική δεξιότητα

6.1 Η ΑΝΑΔΕΙΞΗ ΤΟΥ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΟΥ ΡΟΛΟΥ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Τα μαθηματικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μπορέσουν να περιγράψουν, απεικονίσουν , ερμηνεύσουν , προβλέψουν και να εξηγήσουν. Πάνω απ΄ όλα όμως , χρησιμοποιούνται για να μεταφέρουν νοήματα. Αν οι μαθητές δεν μπορούν να ερμηνεύσουν το αποτέλεσμα μιας άσκησης στα μαθηματικά, τότε αυτό σημαίνει ότι η άσκηση είχε ελάχιστη έως καθόλου

αξία. Αν ξέρουν να λύνουν μια εξίσωση , αλλά δεν ξέρουν να καταστρώνουν μια απλούστερη όταν χρειάζεται σε ένα πρόβλημα (σύνηθες το φαινόμενο) τότε γίνεται λάθος στην διδασκαλία ή στα αναλυτικό πρόγραμμα ή και στα δύο. Πρέπει να γίνει κατανοητό, ότι ο απλός χειρισμός των αλγεβρικών παραστάσεων χωρίς την ανάδειξη του αναφορικού τους νοήματος, αποτελεί μια δευτερεύουσα δεξιότητα. Πρέπει να γίνει κατανοητό από μέρους του διδάσκοντα, ότι ο λόγος για τον οποίο διδάσκονται τα μαθηματικά είναι ένεκα της σημασίας που έχουν στην ανάλυση και την επικοινωνία των πληροφοριών και των ιδεών.

6.2 Η ΑΝΑΔΕΙΞΗ ΤΟΥ ΡΟΛΟΥ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΩΣ ΠΑΝΙΣΧΥΡΟΥ ΕΡΓΑΛΕΙΟΥ

Πρέπει να καταστεί σαφές, ότι αυτό που προέχει δεν είναι τα μαθηματικά καθ΄ εαυτά , αλλά τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή τους . Το αποτέλεσμα κάθε φορά μπορεί να είναι ένα έργο τέχνης, ένα πρότυπο στην χειροτεχνία, μια ανάλυση ενός πειράματος στην Φυσική, ο έλεγχος ενός λογαριασμού, ο σχεδιασμός ενός ταξιδιού , ο προϋπολογισμός του, η σχεδίαση ενός αυτοκινητόδρομου. Στις εφαρμογές αυτές λοιπόν βρίσκεται το ενδιαφέρον των μαθηματικών .

Οι δεξιότητες όπως :

- Η μέτρηση μήκους
- Η ικανότητα ανάγνωσης της ώρας
- Η κατασκευή ενός διαγράμματος
- Η σχεδίαση γεωμετρικών σχημάτων
- Η ικανότητα επιτυχούς διαίρεσης
- Η επίλυση μιας εξίσωσης,

δεν αποτελούν καθ΄ εαυτές δεξιότητες, αλλά μόνον όταν ενσωματώνονται σε δραστηριότητες που γίνονται για κάποιο σκοπό, δηλ. απλούστερα, όταν επιλύομε πρόβλημα.

Χαρακτηριστική είναι μια αποστροφή της επιτροπής Cockcroft [1] : «Τα μαθηματικά στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση, συχνά δεν αφορούν σε τίποτα συγκεκριμένο. Γίνεται αναγωγή ομοίων όρων ή χρήση των ιδιοτήτων των δυνάμεων , χωρίς να γίνεται αντιληπτό το γιατί. Υπάρχει υπέρμετρη ενασχόληση με δεξιότητες αποκομμένες από την οργανική τους ένταξη στην επίλυση προβλημάτων.»

[1] Το 1978 στην Βρετανία συνεστήθη αυτή η επιτροπή με απόφαση της Κυβέρνησης, η οποία θα εξέταζε το επίπεδο σπουδών στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση στην Αγγλία και Ουαλία. Κύριο έργο της επιτροπής ήταν κατά πόσον η διδασκαλία γίνεται καταληπτή και κατά πόσο δίνει έμφαση σε δεξιότητες που απαιτούνται για την παραπέρα επαγγελματική ανώτερη και ανώτατη εκπαίδευση του ατόμου. Η ολοκλήρωση των εργασιών της επιτροπής έγινε το 1981 χρόνον καθ΄ον και υπεβλήθη και το σχετικό πόρισμα των ερευνών της.

6.3 Η ΑΝΑΔΕΙΞΗ ΤΩΝ ΔΙΑΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ[2] ΣΧΕΣΕΩΝ

Η οργανική σύνδεση των διαφόρων μαθηματικών θεωριών είναι κάτι που δεν αναδεικνύεται . Η σφαιρική αντίληψη της μαθηματικής γνώσης είναι το ζητούμενο. Συνήθως οι μαθητές ξενίζονται όταν κάτι στέκεται ανάμεσα σε δύο διαφορετικούς τομείς. Τούτο συμβαίνει διότι δεν έχει γίνει η οργανική σύνδεση. Ευθύνες εδώ έχει μόνο ο δάσκαλος που θα πρέπει να ενθαρρύνει την διασύνδεση.

Γίνομαι σαφής με χαρακτηριστικά παραδείγματα:

- Ένα θεώρημα το οποίο αποδεικνύεται με χρήση παραγώγων και ανάλυσης, μπορεί να το έχει αποδείξει με κλασική απλή γεωμετρία ο Ευκλείδης . Εκεί ο διδάσκων θα σταθεί, θα πει και τους δύο τρόπους και θα πει και τις ποιοτικές διαφορές τους .

Αν για παράδειγμα έχει να λύσει το πρόβλημα που λέει «Από όλα τα παραλληλόγραμμα σταθερής περιμέτρου μέγιστο εμβαδόν έχει το τετράγωνο» Μπορεί να το λύσει όπως ο Ευκλείδης πρώτα, με απλό στοιχειώδη τρόπο[3] έπειτα να το λύσει με κλασική άλγεβρα με

---

[2] Μπορεί αυτός ο καινοφανής όρος να θεωρηθεί ως δόκιμος νεολογισμός , διότι εκφράζει ετυμολογικά την πλέον συνήθη χρήση της πρόθεσης «δια» δηλ. «δια + μαθηματικά» → Δυναμική ένταξη κάποιων σχέσεων, σε περισσότερες της μιας μαθηματικής θεωρίας.(λ.χ. Κάτι που φαίνεται να αποτελεί τμήμα της θεωρίας αριθμών, να προκύπτει με αλγεβρικό τρόπο , να εκφράζει θεώρημα του απειροστικού λογισμού και ταυτοχρόνως να έχει μια γεωμετρική ερμηνεία) Ο γράφων φρονεί ότι λόγω της ιδιαιτερότητας της ποιότητας της Ελληνικής γλώσσας τέτοιοι νεολογισμοί γίνονται άμεσα αντιληπτοί χωρίς ιδιαίτερες επεξηγήσεις σε ακροατήριο μαθηματικών.

[3] Να πάρει δύο ισοπεριμετρικά σχήματα ένα ορθ. παραλληλόγραμμο και ένα τετράγωνο και να δείξει ότι το τετράγωνο έχει μεγαλύτερο εμβαδόν.

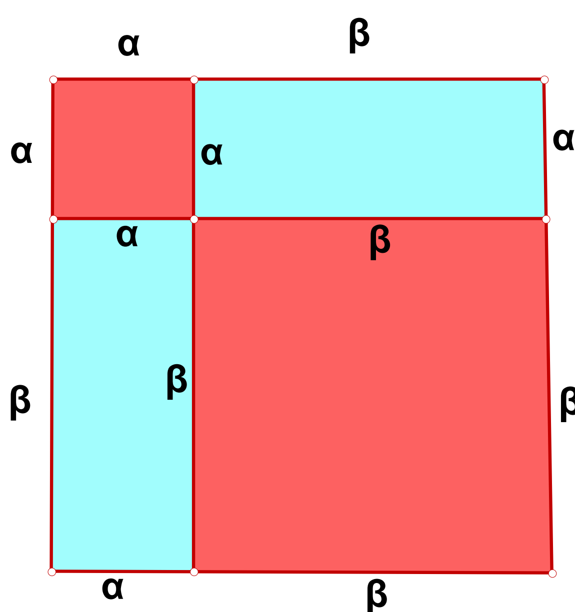
διακρίνουσα τριωνύμου[4] και εύρεση της μέγιστης τιμής της και έπειτα με παραγώγιση[5] της σχετικής συνάρτησης και ευρέσεως του μεγίστου της . Το συμπέρασμα είναι ότι για να το αποδείξουμε με τον τρόπο του Ευκλείδη θα πρέπει να γνωρίζουμε εκ των προτέρων το αποτέλεσμα (ότι είναι το τετράγωνο) ενώ με τον τρόπο του απειροστικού λογισμού μπορούμε θα καταλήξουμε στο τετράγωνο ως λύση , χωρίς να την γνωρίζουμε εκ των προτέρων. Αυτός ακριβώς είναι και ο λόγος που τα αρχαία Ελληνικά μαθηματικά δεν έδιναν παραγωγικά αποτελέσματα αλλά απεδείκνυαν γνωστά αποτελέσματα, αποτελέσματα που ήσαν γνωστά με μηχανικές μεθόδους. Επίσης η λύση με άλγεβρα καθίσταται δυνατή επειδή ανάγεται σε τριώνυμο το οποίο έχει μελετηθεί ιστορικά επισταμένως. Ακόμα και η ανώτερη γενική άλγεβρα δεν μπορεί να απαντήσει για περιπτώσεις πολυωνύμων άνω του τετάρτου βαθμού (δεν υπάρχουν τύποι για τις ρίζες) όμως ο Απειροστικός λογισμός παρακάμπτει πάρα πολλές από τις αδυναμίες των άλλων κλάδων στην συγκεκριμένη κλάση προβλημάτων…..

---

[4] Το τριώνυμο $Ε(χ)=-χ^2+\frac{Π}{2}χ$ έχει Δ= $E''(\chi) = -2 < 0$ $\frac{Π^2}{4} - 4E$ και πρέπει $Δ \geq 0$, με ελάχιστο όταν Δ=0 κτλ.

[5] Η συνάρτηση $Ε(χ)=-χ^2+\frac{Π}{2}χ$ έχει $E'(\chi) = -2\chi + \frac{Π}{2}$, $E''(\chi) = -2 < 0$ απ΄ όπου κατά τα γνωστά προκύπτει το ζητούμενο.

Μια παρατήρηση όπως η παραπάνω **οριοθετεί** τις δυνατότητες των μαθηματικών θεωριών και **επεξηγεί πειστικά** τις αναγκαιότητες εύρεσης των νέων θεωριών των πλεονεκτημάτων τους κτλ.
Σε μικρότερες τάξεις, η διδασκαλία της ταυτότητας $(a+\beta)^2=\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta$ επιβάλλεται να συνδεθεί και με την γεωμετρική της σημασία με τα εμβαδά , που είναι η παρακάτω:



Τέτοια παραδείγματα συνδέοντα άλγεβρα με Γεωμετρία τριγωνομετρία, θεωρία αριθμών ανάλυση και όχι μόνον, μπορεί να αντλήσει ο ενδιαφερόμενος εκπαιδευτικός από το θαυμάσιο βιβλιαράκι του Ρότζερ Νίλσεν «Αποδείξεις χωρίς λόγια» που κυκλοφορεί στα Ελληνικά από τις εκδόσεις Σαββάλα και το οποίο δεν είναι δυνατόν να λείπει από την βιβλιοθήκη κάθε μαθηματικού.
Το συγκεκριμένο βιβλίο καλύπτει μια καινούργια οπτική των μαθηματικών μέσω της λεγόμενης «οπτικής σκέψης» αφού η εποπτεία που κυριαρχεί πλέον μέσω

των πολυμέσων και των Η/Υ έχει τους δικούς της κανόνες που οι ερευνητές της διδακτικής των μαθηματικών και οι ψυχολόγοι αρχίζουν να ανιχνεύουν . Κάποιοι μάλιστα φθάνουν στο σημείο να ομιλούν για αποδείξεις δίχως λόγια! Τόσο μεγάλη δύναμη έχει η εποπτεία!!!

Ένα αντίστοιχο φαινόμενο έχουμε και στα νέα ισχυρά λογισμικά διδασκαλίας της Γεωμετρίας όπως είναι το Sketchpad το οποίο ήδη έχει εισαχθεί στην ΜΕ και το εγχειρίδιο του οποίου είναι τουλάχιστον σε όγκο μεγαλύτερο από το εν χρήσει εγχειρίδιο Γεωμετρίας. Το εργαλείο λοιπόν έχει μεγαλύτερο όγκο από το αντικείμενο εφαρμογής του! Αλλά οι δυνατότητές του πλέον είναι τόσο πολλές που τροποποιούν την οπτική και το περιεχόμενο της ίδιας της Γεωμετρίας. Με τον ίδιο τρόπο που ελέχθη για την τηλοψία ότι το «μέσον είναι πλέον το μήνυμα» θα μπορούσαμε με μια δόση υπερβολής να πούμε ότι «το λογισμικό Sketchpad είναι η Γεωμετρία».

Για να γίνουμε πειστικοί ας πούμε δύο μόνο πλεονεκτήματα από τα πολλά του λογισμικού:

1. Μπορεί ο τελευταίος μαθητής , να ανακαλύψει μια νέα άσκηση Γεωμετρίας , την οποία ουδείς Ιησουΐτης μοναχός μπόρεσε να ανακαλύψει!

2. Μπορεί ο τελευταίος μαθητής να δει έναν Γεωμετρικό τόπο τον οποίο με μεγάλη δυσκολία και κόπο θα μπορούσε να ανακαλύψει ο καλύτερος μελετητής της Γεωμετρίας.
3. μπορούν τα σχήματα να κινηθούν ανάλογα και με τον τρόπο κατασκευής τους και να ανακαλυφθούν όλες οι ειδικές περιπτώσεις τους, να έχω το τέλειο σχήμα για μελέτη και πολλά άλλα που δεν μπορούσα να έχω τα 2.000 και πλέον χρόνια που μελετάται η Ευκλείδεια Γεωμετρία. …..

Είμαστε επομένως προ μιας επαναστάσεως που έχει ήδη γίνει και που για να γίνει αντιληπτή στην εκπαίδευση πρέπει να γίνουν κάτοχοι των εργαλείων όλοι οι εκπαιδευτικοί για να μπορέσουν να τα χρησιμοποιήσουν σωστά για τους μαθητές τους.

Πρέπει να θεωρείται δεδομένο ότι το περιεχόμενο των μαθηματικών δεξιοτήτων τροποποιείται από την ύπαρξη τέτοιων εργαλείων τα οποία επάγουν έναν νέο ποιοτικό τρόπο προσέγγισης της γνώσης .Η πρόκληση για τους διδάσκοντες είναι πλέον μεγάλη και το ζητούμενο είναι η προσαρμογή τους στην νέα πραγματικότητα , άλλως η υποβάθμιση των γνώσεών τους, **η οποία πρέπει ήδη να θεωρείται δεδομένη,** θα έχει επιπτώσεις στις δεξιότητες και των εκπαιδευομένων μαθητών τους.

6.4 Η ΑΝΑΔΕΙΞΗ ΤΗΣ ΓΟΗΤΕΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Τα μαθηματικά , ανεξάρτητα από την ωφελιμιστική τους αξία έχουν και μια γοητεία η οποία μπορεί να επηρεάσει πολλά παιδιά, ίσως όχι στην ίδιο βαθμό, αλλά αποφασιστικά. Μπορεί να αναδειχθούν απρόσμενες εφαρμογές τους , αναπάντεχες λύσεις, κομψά αποτελέσματα, γοητευτικές ιστορίες ανακάλυψής τους κτλ.

Κύριος φορέας ανάδειξης της γοητείας είναι η προσωπικότητα και ο ενθουσιασμός του ιδίου του εκπαιδευτικού. Αν ο ίδιος ο εκπαιδευτικός δεν είναι ερωτευμένος με το αντικείμενό του , είναι αδύνατον να τον εμπνεύσει σε τρίτους και αυτό είναι προφανές και απόλυτο.

6.5 ΠΡΟΑΓΩΓΗ ΦΑΝΤΑΣΙΑΣ ΕΥΛΥΓΙΣΙΑΣ ΣΚΕΨΗΣ & ΠΡΩΤΟΒΟΥΛΙΑΣ

Πρέπει τα παιδιά να ενθαρρύνονται να λύνουν την άσκηση με τον δικό τους τρόπο, άσχετα αν αυτός δεν είναι ο πλέον δόκιμος. Είναι έγκλημα η αποθάρρυνση που συνεπάγεται η δια της βίας συμμόρφωση με τον αλγόριθμο του βιβλίου. Είναι τόσο ριζωμένα μερικά πράγματα , ώστε ακόμα και εκπαιδευτικοί να σε κοιτούν

παράξενα αν αναφέρεις ότι οι εξισώσεις με παρονομαστή εκτός του τρόπου της απαλοιφής των παρονομαστών δια πολλαπλασιασμού και των δύο μελών με το ΕΚΠ τους, επιλύονται και με αυτό που έχουν μάθει όλα τα παιδιά από μικρά: Με μετατροπή των κλασμάτων σε ομώνυμα!…..

Ένα άλλο παράδειγμα:

Υπάρχουν άτυποι αλγόριθμοι πολλαπλασιασμού όπου δεν έχουν διδαχθεί ποτέ , αλλά όλοι οι μαθητές εξ ενστίκτου τους ανακαλύπτουν από μόνοι τους. Λόγου χάριν, όταν έχουμε να εκτελέσουμε πρόσθεση από μνήμης προσθέτουμε πρώτα της μονάδες ανώτερης τάξης και κατόπιν τις μονάδες κατώτερης τάξης, δηλαδή κατ΄ αντίστροφη σειρά από τον κλασικό αλγόριθμο με μολύβι και χαρτί. Αυτό βεβαίως γίνεται λόγω της γνωστής αδυναμίας της βραχυπρόθεσμης μνήμης να απομνημονεύει επιτυχώς τα κρατούμενα . Το να ψέγει όμως ο καθηγητής τον μαθητή που το χρησιμοποιεί είναι απαράδεκτο.

Είναι βέβαιο, ότι οι άνθρωποι όταν φύγουν κι απ΄ το σχολείο θα χρησιμοποιήσουν ακόμα και τα χέρια τους για την αρίθμηση ή την πρόσθεση . Πρόκειται για γεγονός . Αν κάποιος δεν ξέρει την δύναμη της Ιστορικής διαδρομής του αλγόριθμου ανά την υφήλιο και τους πολιτισμούς μπορεί να είναι αυστηρός. Αν την

ξέρει, μπορεί να έχει την σωστή κατανόηση του φαινομένου.

6.6 ΠΡΟΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Μπορεί η προαγωγή της φαντασίας και της πρωτοβουλίας να έρχεται σε αντίθεση με τον στόχο της συστηματικής εργασίας στην τάξη, αλλά αυτό είναι μόνο φαινομενικό. Κάθε τελικό αποτέλεσμα που παράγεται μέσα στην τάξη θα πρέπει να συζητείται να ελέγχεται και να ερμηνεύεται. Επίσης η στρατηγική που επιλέγεται κάθε φορά πριν την εφαρμογή της θα πρέπει επίσης να επισημαίνεται. Μόνο τότε έχουμε συνείδηση επακριβή του τι κάνουμε κάθε φορά και του τι βρίσκουμε , πράγμα που είναι σημαντικό για την προαγωγή της μαθηματικής δεξιότητας των μαθητών. Όταν υπάρχουν οι διαδικασίες αποτίμησης, διερεύνησης , ανασκόπησης και αναστοχασμού .

6.7 ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΕΙΤΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Γενικά ως ανοικτό χαρακτηρίζουμε ένα πρόβλημα το οποίο έχει μια «χαλαρή» διατύπωση , λιγότερα ή

περισσότερα δεδομένα απ όσα χρειάζονται για την επίλυσή του , τα δε ζητούμενα είναι κι αυτά «ανοικτά» υπό την έννοια ότι υπάρχουν εκφράσεις του τύπου «να εξεταστεί ποία συσχέτιση μπορεί να υπάρχει μεταξύ των τάδε και τάδε ποσοτήτων» και άλλες παρόμοιες. Αντίθετα ως «κλειστό» χαρακτηρίζεται ένα πρόβλημα όπου έχει όλα τα δεδομένα , χρησιμοποιούνται όλα στην λύση , ενώ η απάντηση είναι κι αυτή «κλειστή» δηλαδή μονοσημάντως και εκ των προτέρων αναμενόμενη. Επειδή υπάρχουν κι ενδιάμεσες καταστάσεις η ταξινόμηση των προβλημάτων ως προς την κλειστότητα φαίνεται στον παρακάτω πίνακα, ‘όπου εμφαίνεται η κατάταξη των προβλημάτων ανάλογα με την διατύπωση και την ζητούμενη απάντηση:

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ	*Ανοικτής διατύπωσης*	*Κλειστής διατύπωσης*
Ανοικτής απάντησης	I.	II.
Κλειστής απάντησης	III.	IV.

Πρέπει να αναφέρουμε ότι η συντριπτική πλειονότητα των εμφανιζομένων προβλημάτων στα σχολεία ανήκουν στην κλάση IV. και ελάχιστα στις άλλες τρεις δυνητικές κλάσεις. Όμως ο γόνιμος βαθύς και

πολυεπίπεδος προβληματισμός γίνεται με δραστηριότητες και προβλήματα του τύπου Ι. που λείπουν παντελώς από τα διδακτικά εγχειρίδια.

Επίσης όταν λέμε πραγματικά προβλήματα εννοούμε προβλήματα που έχουν προκύψει άμεσα από την ίδια την ζωή και όχι τεχνικές κατασκευές που μοιάζουν με προβλήματα . Για να γίνουμε σαφείς υπενθυμίζουμε το γνωστό θέμα των Πανελλαδικών εξετάσεων με τα μερμήγκια που κατασκεύαζαν τετράγωνο κτλ. Αυτό αποτελεί ένα καλό παράδειγμα προς αποφυγήν για τα «πραγματικά προβλήματα» και τα ψυχολογικά κίνητρα για ενασχόληση (εδώ ..αντικίνητρα!) που μπορούν να προκαλέσουν στους μαθητές..

6.8 ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ & ΕΙΣ ΒΑΘΟΣ ΜΕΛΕΤΗ

Η συνεργασία των μαθητών θα πρέπει να ενθαρρύνεται διότι μπορεί να αποδώσει αρκετά καλά μαθησιακά αποτελέσματα. Μια ευρύτερη ομάδα μαθητών μπορεί να ασχοληθεί με μια μεγάλη εργασία την οποία μπορεί να παρουσιάσει στην τάξη (Κοινωνικός επιοικοδομισμός) Η εργασία σε Η/Υ μπορεί να αποδώσει άριστα αποτελέσματα με ομάδες μαθητών ανά δύο, χωρίς φυσικά να καταργείται η κατά μόνας και κατ΄ οίκον εργασία.

Λέγοντας ανεξαρτησία εννοούμε ότι θα πρέπει οι μαθητές να αφεθούν να δουλέψουν όχι μόνο βάσει του διδακτικού εγχειριδίου και χωρίς την κατ΄ ανάγκην καθοδήγηση του δασκάλου.

Για την εις βάθος μελέτη , έχουμε παρατηρήσει, ότι επειδή τα μικρά παιδιά δεν μπορούν να συγκεντρωθούν επί πολύ σε ένα έργο, συνιστάται για τους μεγάλους μαθητές. Οι δεξιότητες που προάγονται δεν είναι καθαρά μαθηματικές, αλλά είναι επιθυμητές παράπλευρες τοιαύτες. Σε μια σε βάθος μελέτη ενός αντικειμένου έχουμε την εμπειρία της σε βάθος εκμάθησης και της αυτοπεποίθησης που απορρέει από αυτό («Για το τάδε θέμα έχω κάνει μελέτη και το γνωρίζω καλώς!») Η υπομονή και η επιμονή είναι τα άλλα παράπλευρα επιθυμητά στοιχεία που προάγονται.

6.9 ΚΤΙΣΙΜΟ ΤΗΣ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΤΩΝ ΠΑΙΔΙΩΝ ΣΤΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΤΟΥΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΕΣ.

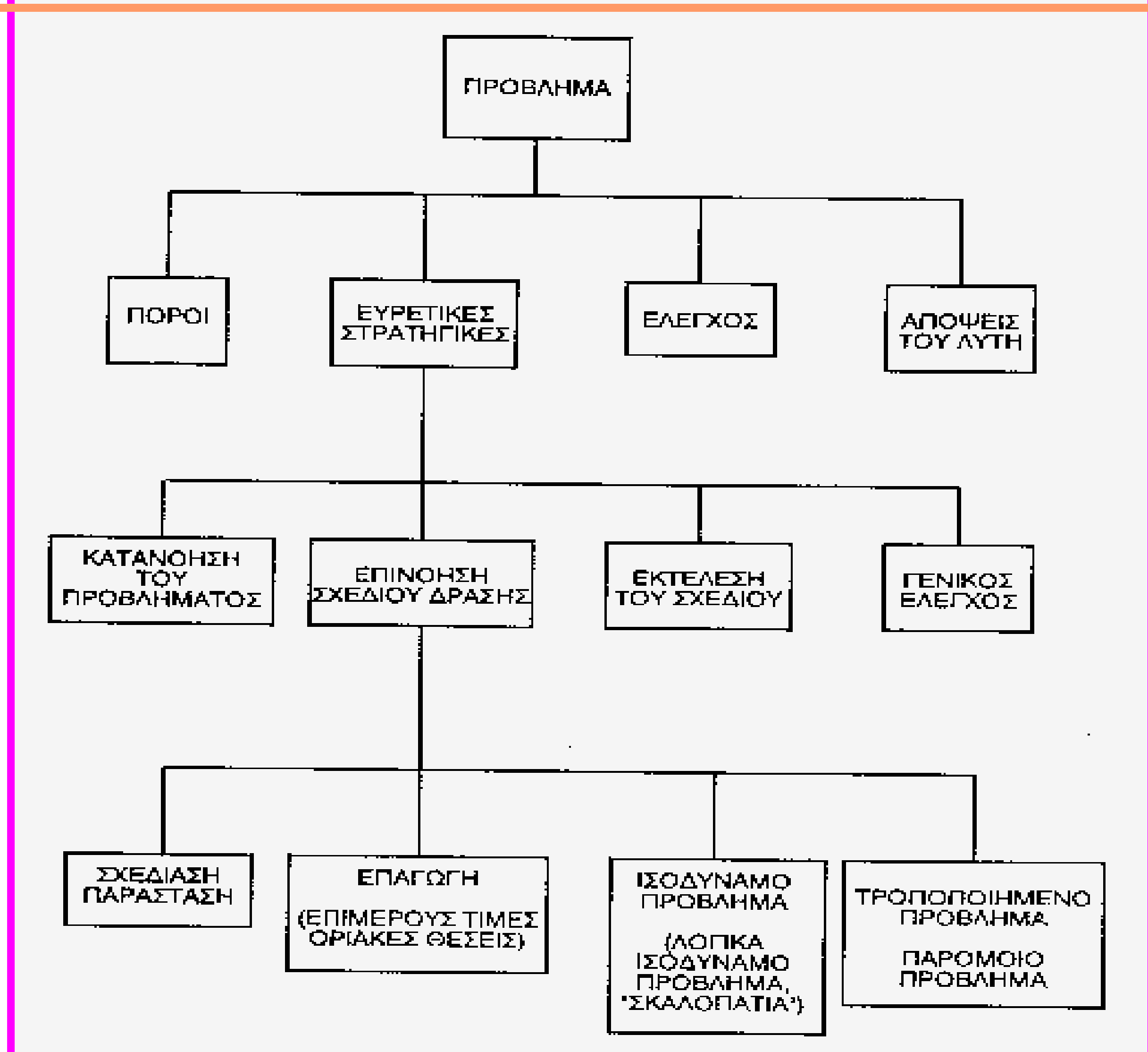
Τα μαθηματικά είναι μια διαδικασία από την οποία μπορούν να αντλήσουν ευχαρίστηση τα παιδιά. Λογικές απόρριψης στις εξετάσεις της υποχρεωτικής ιδίως εκπαίδευσης δεν θα πρέπει να πρυτανεύουν. Τα καθήκοντα των μαθητών πρέπει να είναι ανάλογα με τις ικανότητές τους και να αντιμετωπίζονται και ατομικά. Η

ενασχόληση των παιδιών με ασκήσεις ή άλλες δραστηριότητες δεν θα πρέπει να γίνεται υπό το άγχος της απόρριψης και εν πάση περιπτώσει ο καθηγητής που ενεργεί κι ως δικαστής θα πρέπει να έχει συνεχώς κατά νου, ότι η επιείκεια είναι δίδυμη αδελφή της δικαιοσύνης.

7. Η νεώτερη έρευνα πάνω στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων

Η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων θεωρείται και είναι συνώνυμη με την μαθηματική δεξιότητα. Ερευνητές έχουν κάνει νεώτερες έρευνες πάνω στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων, στην ικανότητα αναλογικής σκέψης και στην ποιοτική κατάταξη των προβλημάτων.

Η φιλοδοξία και ο απώτατος στόχος των ερευνών είναι να μπορέσουν να τεθούν αποτελεσματικοί ευρετικοί κανόνες για όλους τους τύπους των προβλημάτων, πράγμα το οποίο πρέπει να θεωρείται ακόμα πρόωρο , αλλά όχι και αδύνατο.



7.1 ΥΠΑΡΧΕΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΕΠΑΥΞΗΣΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΔΕΞΙΟΤΗΤΩΝ;

Η απάντηση δεν είναι τελείως θετική αλλά ούτε και αρνητική. Υπάρχουν οι Ευρετικές μέθοδοι γενικές και ειδικές. Γι αυτές λόγος άρχισε να γίνεται μετά από το 1945 όπου ο Polya έκανε τις εργασίες του πάνω στις ευρετικές μεθόδους επίλυσης προβλημάτων και έγραψε το περίφημο βιβλίο του «Πώς να το λύσω» Από τότε , οι απόψεις πάνω σε αυτά έχουν διαφοροποιηθεί, αλλά ο πυρήνας τους είναι αλώβητος.

Η Ευρετική μέθοδος δεν είναι η πανάκεια δια πάν πρόβλημα , αλλά κάποιοι γενικοί κανόνες μπορούν να εφαρμοσθούν πάνω σε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα και να οδηγήσουν αποτελεσματικά στην λύση του. Αν δεν ξέρεις την θεωρία, η Ευρετική δεν μπορεί να σε βοηθήσει, αλλά αν την ξέρεις, μπορεί να σε βοηθήσει να την εκμεταλευθείς στο έπακρο. Βεβαίως δεν μπορεί κάποιος να περιμένει θαύματα ούτε εγγυημένα αποτελέσματα από την εφαρμογή της. Σε κάθε περίπτωση όμως η εκμάθηση των βασικών αυτών κανόνων , έχει αποτιμηθεί ότι βοηθά και προάγει την μαθηματική ικανότητα μαθητών , φοιτητών και καθηγητών. Αξίζει ο κόπος να τις παραθέσουμε ώστε να εξηγηθεί και το παραπάνω σχήμα:

Οι πόροι που παρεμβαίνουν στον λύτη είναι:

i) Οι πόροι , δηλαδή τα «ενεργειακά απόθέματα-διαθέσιμα» του λύτη.
ii) Οι ευρετικές Στρατηγικές
iii) Ο έλεγχος
iv) Οι γενικότερες απόψεις του λύτη.

Οι παράγοντες αυτοί συμπλέκονται με ορισμένο τρόπο, ανάλογα με την λύση και το πρόβλημα. Οι παραπάνω παράγοντες, θα παίξουν καθοριστικό ρόλο στο αν θα οδηγηθεί ή όχι στην λύση προβλήματος ο λύτης. Η ανακάλυψη των γενικών στρατηγκών είναι ένα ιδιαίτερα πολύπλοκο πρόβλημα και απαιτεί συνεργασία πολλών και

διαφορετικών κλάδων, όπως είναι η Ψυχολογία, η Κοινωνιολογία και η Λογική . Οι Τεχνικές και στρατηγηκές αποβλέπουν στην διτύπωση οδηγιών για γενικές καταστάσεις προβληματισμού (Γενικές Στρατηγηκές) και όχι περιπτωσιολογικές (Ειδικές –«φροντιστηριακές» στρατηγηκές)

7.1.1. ΟΙ ΕΥΡΕΤΙΚΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΗΚΕΣ

περιλαμβάνουν τέσσερα στάδια:

- Κατανόηση του προβλήματος
- Επινόηση σχεδίου δράσης
- Εκτέλεση του σχεδίου
- Γενικός έλεγχος.

7.1.2 ΟΙ ΠΟΡΟΙ

Γνώσεις τεχνικές , μέσα , αλγόριθμοι, είναι τα συνήθη αποθέματα. Αυτό έχει να κάνει και με το επίπεδο στο οποίο τα διθέτει ή τα έχει κατανοήσει ήδη ο λύτης, πάντα βεβαίως σε σχέση και με το συγκεκριμένο πρόβλημα.

7.1.3 ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Απαντάμε στα εξής ερωτήματατα:

- Ποίοι είναι οι άγνωστοι του προβλήματος;
- Ποια είναι τα δεδομένα; Οι συνθήκες;
- Είναι δυνατόν να ικανοποιείται η συνθήκη (-ες)
- Είναι επαρκής η συνθήκη για να προσδιορίσουμε τον άγνωστο; Είναι αναπαρκής ; Είναι περιττή; Είναι αντιφατική;

- Φτιάξτε ένα διάγραμμα /σχέδιο, Ονομάστε, δώστε συμβολισμούς.
- Ξεχωρίστε τα μέρη της συνθήκης. Μπορείτε να τα γράψετε με την βοήθεια του συμβολισμού;

7.1.4. ΕΠΙΝΟΗΣΗ ΣΧΕΔΙΟΥ ΔΡΑΣΗΣ

- Μήπως ξανασυναντήσατε το πρόβλημα;
- Ξέρετε παρόμοιο πρόβλημα;
- Κυττάξτε τους αγνώστους. Σας θυμίζουν κανένα άλλο πρόβλημα ή άγνωστος Να ένα πρόβλημα που ταιριάζει με το δικό μας . Μπορείτε να το προσαρμόσετε στις εδώ συνθήκες; Μήπως μπορείτε να επαναδιατυπώσετε το πρόβλημα; Θυμηθείτε τους ορισμούς.
- Δοκιμάστε να λύσετε ένα παρόμοιο πρόβλημα.
- Δοκιμάστε ένα πιο ειδικό.
- Δοκιμάστε ένα ανάλογο
- Μήπως μπορείτε να λύσετε ένα μέρος του προβλήματος; Κρατήστε μέρος της συνθήκης σταθερό. Μπορείτε να προσδιορίσετε τώρα τον άγνωστο; Πώς μεταβάλλεται ο άγνωστος τώρα;
- Μπορείτε να αλλάξετε τον άγνωστο , τα δεδομένα ή και τα δύο ώστε να έλθουν πιο κοντά;
- Χρησιμοποιήσατε όλα τα δεδομένα; Όλες τις συνθήκες; Λάβατε υπ΄όψιν όλες τις έννοιες που εμφανίζονται στο πρόβλημα;

7.2 Η ΑΝΑΛΟΓΙΚΗ ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Στο βιβλίο του Hank Kahney «Λύση Προβλημάτων» έχουμε πορίσματα ερευνών πάνω στο φαινόμενο της μεταβίβασης της μάθησης , δηλαδή, πιο συγκεκριμένα, οι άνθρωποι αντιμετωπίζουν σημαντική δυσκολία στην προσπάθειά τους να μεταβιβάσουν ό,τι ξέρουν για την επίλυση ενός προβλήματος συγκεκριμένου τύπου, όταν αντιμετωπίζουν ένα πρόβλημα του ιδίου τύπου.

Η έρευνα έδειξε, ότι πολλές φορές θα πρέπει να δοθεί στα υποκείμενα η πληροφορία ότι μεταξύ των προβλημάτων υπάρχει μια σχέση για να εφαρμόσουν την γνώση που ήδη έχουν εφαρμόσει στο πρώτο. Μάλιστα, εάν το καινούργιο ανάλογο πρόβλημα ήταν περισσότερο πολύπλοκο από το πρώτο, τότε η πρότερη εμπειρία δεν βοηθούσε καθόλου στην επίλυση. Και στις έρευνες που έκαναν οι GicK & Holyoak όσο και οι Reed, Dempster , Ettinger στην αναλογική σκέψη και λύση προβλημάτων, φάνηκε ότι χρειάζεται σημαντική βοήθεια για να ανακαλυφθεί η αναλογία μεταξύ δύο προβλημάτων και πρέπει να γίνουν σημαντικές νύξεις για να γίνει αντιληπτή.

Μια εφαρμογή των πορισμάτων αυτών των ερευνών θα μπορούσε να έχει πεδίο εφαρμογής την συγγραφή διδακτικών εγχειριδίων , στα οποία ορισμένοι συγγραφείς παραθέτουν ασκήσεις οι οποίες έχουν ελάχιστη σχέση με τα λυμένα υποδειγματικά παραδείγματα που έχουν ήδη παραθέσει σε άλλα κεφάλαια , με αποτέλεσμα οι μαθητές να αντιμετωπίζουν τεράστιες δυσκολίες.

Τελικά φαίνεται ότι η παλαιά διαπίστωση ότι «αν δεν μπορείς να λύσεις μια άσκηση , είναι διότι δεν έχεις λύσει μια υπάρχουσα ευκολότερη» είναι αληθής, αλλά στην συγγραφή των διδακτικών εγχειριδίων η σειρά των ασκήσεων και η επιλογή αυτών που θα λυθούν , πρέπει να γίνεται με τεράστια προσοχή. Με ανάλογη προσοχή θα πρέπει να επιλέγει ο διδάσκων το ποιες θα δίδει για κατ΄ οίκον εργασία , ποιες θα επιλύει στην τάξη και με ποια σειρά , κάτι το οποίο μέχρι τώρα γίνεται μάλλον επιπόλαια…..

7.3 Η «ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΧΩΡΟΥ» & Η ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Η ανάλυση κατάστασης χώρου του προβλήματος , είναι να βρούμε όλες τις κινήσεις που επιτρέπονται από τους κανόνες του προβλήματος. Ως λύση προβλήματος, θα

μπορούσαμε να ορίσουμε την ανακάλυψη ενός δρόμου, μέσα από πιθανές κινήσεις. Αλλά μια τέτοια αντικειμενική ανάλυση, είναι δυνατή μόνο μέσα από προβλήματα τύπου σπαζοκεφαλιών .

Οι άνθρωποι , λόγω περιορισμού στην χωρητικότητα της μνήμης εργασίας, συνήθως χάνονται μέσα σε τέτοια προβλήματα , επειδή η στρατηγική μέσων και στόχων για την αξιολόγηση της απόστασης από την λύση, συνήθως τους οδηγεί σε μακριά από την λύση.

Στην εκπαίδευση, αν παρατηρήσουμε αρχάριους μαθητές να προσπαθούν να λύσουν προβλήματα μαθηματικών ή προγραμματισμού Η/Υ, συχνά επιλέγουν χειρισμούς εντελώς στην τύχη. Μπορεί να κάνει και δέκα προσπάθειες και να αποτύχει. Αλλά με αρκετή υπομονή, μπορεί να βρει μια λύση που ίσως να μην την καταλαβαίνει και αυτό να το επιτύχει μέσα από διαδικασίες περιορισμού των ατελέσφορων διαδικασιών που επιτέλεσε προηγουμένως. Σύμφωνα με ανάλυση του Simon , ακόμα κι αν ο μαθητής έφθασε στην τύχη σε μια λύση, αυτό από μόνο του παρέχει μια βάση για περαιτέρω μάθηση.

7.4 ΟΙ ΑΡΧΑΡΙΟΙ ΚΑΙ ΟΙ ΕΙΔΙΚΟΙ

Μια διαπίστωση ,είναι ότι οι περισσότεροι μαθητές , μαθαίνουν να λύνουν αποτελεσματικά προβλήματα μαθηματικών, μόνο με το να αφιερώνουν εκατοντάδες ή χιλιάδες ώρες από τον χρόνο τους στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Και βέβαια, μέσα από αυτή την υπερβολική εξάσκηση επωφελούνται μόνο οι καλοί λεγόμενοι μαθητές.

Μια σημαντική κατεύθυνση της έρευνας που ασχολείται με τις διαφορές αρχαρίων και ειδικών , έχει να κάνει με την αναγνώριση των περισσοτέρων στρατηγικών που χρησιμοποιούν οι ειδικοί. Επίσης , μια σημαντική εξέλιξη στην έρευνα είναι ότι οι ψυχολόγοι ήδη ερευνούν πολύ σοβαρά την πιθανότητα να διδαχθούν κατ΄ ευθείαν από τους αρχάριους στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων.

7.5 Η ΕΞΑΣΚΗΣΗ ΤΗΣ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗΣ

Ο Stenberg σε μια εργασία του , έδειξε, ότι δεν υπήρχαν διαφορές μεταξύ «καλών» και «αδυνάτων» λυτών ως προς τις στρατηγικές που εφήρμοσαν στην επίλυση προβλημάτων αναλογίας, αλλά υπήρχαν διαφορές ως προς τον χρόνο που απαιτήθηκε για την υλοποίησή τους.

Παρατηρήθηκε , ότι οι καλοί λύτες αφιερώνουν περισσότερο χρόνο στην κωδικοποίηση . Ο επί πλέον αυτός χρόνος, καθιστά τις λειτουργίες της επαγωγής της χαρτογράφησης και της εφαρμογής, πιο αποτελεσματικές και πιο αποδοτικές.

Η ιδέα της εξάσκησης της νοημοσύνης είναι μια γοητευτική ιδέα για πολλούς ερευνητές , αλλά μέχρι στιγμής δεν έχει βρεθεί τρόπος μετατροπής ενός μαθητή του «μέτρια» σε μαθητή του «άριστα» .Σε έρευνα (Alexander και άλλοι) είχε βρεθεί ότι επιδόσεις σε προβλήματα αναλογικού συλλογισμού, μπορούν να βελτιωθούν , αλλά δεν έχουν βρεθεί ακόμη γενικεύσεις αυτής της βελτίωσης σε παρόμοιες έρευνες. Η νοημοσύνη , θα μπορούσε να βελτιωθεί , αν γνωρίζαμε αρκετά για την διαδικασία και τους μηχανισμούς που υπάρχουν πίσω από την ανθρώπινη σκέψη. Οι έρευνες προς αυτή την κατεύθυνση θα συνεχιστούν . Οι γνωστικοί ψυχολόγοι έχουν βρει τις τελευταίες δεκαετίες πάρα πολλά και όλες οι ενδείξεις μας πείθουν ότι θα βρεθούν και πολλά άλλα στο προσεχές μέλλον.

8. Προαιώνιες προκαταλήψεις ενάντια στην μάθηση.

8.1 ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΕΤΥΜΟΥ ΤΗΣ «ΨΥΧΗΣ»

Όταν ομιλούμε για το «έτυμον» μιας λέξης, ομιλούμε για την «αρχική αλήθεια» (είναι η αρχική σημασία της λέξης στα Ελληνικά) Από την άλλη πλευρά η αλήθεια είναι το «α» το στερητικόν + «λήθη» (=η ξεχασιά) . Επίσης ισχύει η διαδεδομένη αντίληψη ότι «αρχή σοφίας ονομάτων επίσκεψις». Γιατί όμως ένας τέτοιος πρόλογος;

Ας πάρουμε το έτυμον της λέξης «ψυχολογία». Προφανώς είναι «ο περί ψυχής λόγος». Και βέβαια στα Ελληνικά, «λόγος» είναι αυτό που στα νέα Ελληνικά εννοούμε «ορθός λόγος» . Έτσι, ο «ορθός λόγος» παραπέμπει ευθέως στην «επιστήμη» (επί +ίστημι) στην «επισταμένη» μελέτη ενός πράγματος, αλλά η μεγάλη ατυχία υπάρχει στην λέξη «ψυχή». Η «ψυχή» σύμφωνα με ΟΛΕΣ τις φιλοσοφικές και θρησκευτικές αντιλήψεις και σε ολόκληρη την υφήλιο, είναι **και άϋλη και αθάνατη.** Ανεξάρτητα από τις επί μέρους διαφορές θρησκειών και θρησκευμάτων καθώς και των φιλοσοφικών θεωρήσεων και θεωριών, οι ιδιότητες της ψυχής ως **άϋλης και**

αθάνατης , επάγουν την προφανή σκέψη, ότι εφ΄ όσον η ψυχή είναι άϋλη και αθάνατη, δεν υπόκειται σε νόμους της ύλης , άρα είναι **ακούραστη.** Επίσης ως έδρα της ψυχής αρχικά πιστευόταν η καρδιά και έπειτα η κεφαλή και **ο εγκέφαλος** ειδικότερα.

Έτσι φθάνουμε στην μεγάλη παρανόηση που κουβαλά **η ψυχολογία ως όνομα και ετυμολογική καταγωγή** . Φθάνουμε στις επιπτώσεις πάνω στις κοινές αντιλήψεις των ανθρώπων , οι οποίες δεν είναι **καθόλου περιθωριακές** είναι μάλιστα άκρως **διαδεδομένες** και συναντώνται και σε μορφωμένους ανθρώπους με ανώτατη εκπαίδευση (λόγω ίσως της αντίληψης περί ψυχής της θρησκείας) .

8.2 Ο ΕΓΚΕΦΑΛΟΣ ΕΙΝΑΙ ΑΚΟΥΡΑΣΤΟΣ;

Η απάντηση είναι προφανώς όχι. Την ίδια απάντηση θα εισπράξουμε κι αν θέσουμε το ερώτημα σε όλους τους ανθρώπους. Αλλά το θέμα είναι αν με την όλη συμπεριφορά του ο άνθρωπος αποδέχεται ή όχι την προφανή αυτή αλήθεια. Και εδώ , τον λόγο έχει η παρατήρηση της συμπεριφοράς των ανθρώπων:

Πάμπολλοι μαθητές , την παραμονή των εξετάσεων σε ένα μάθημα, ξενυχτούν διαβάζοντάς το.

Ας βάλουμε στο μικροσκόπιο την παραπάνω συμπεριφορά:

Το να συμπεριφέρεται κάποιος έτσι, σιωπηρώς , έστω και ασυνειδήτως, αποδέχεται τα παρακάτω:

- Ο εγκέφαλος δεν κουράζεται ή τουλάχιστον εάν κουράζεται, αυτό δεν έχει επίπτωση στην λειτουργία του.
- Το φαινόμενο της απομνημόνευσης ενός κειμένου και οι συνεχόμενες ώρες που αφιερώνουμε στην μελέτη του είναι ποσά ανάλογα ή τουλάχιστον γραμμικά και θετικά συσχετισμένα.
- Ο εγκέφαλος δεν είναι όπως τα άλλα όργανα του ανθρώπου που υπόκεινται στην αιμάτωση στην ανταλλαγή ενέργειας και στον κάματο, αλλά έχει άλλη ποιότητα.

Όταν η παραπάνω απαράδεκτη συμπεριφορά επισημανθεί στο υποκείμενο, θα βρει του κόσμου τις αιτιάσεις για να δικαιολογηθεί. Ίσως η επίκληση του άγχους των εξετάσεων να στέκει ως λόγος αυτής της συμπεριφοράς, αλλά από την άλλη όταν υποδεικνύεται μια νυκτερινή κατάκλιση και μια αφύπνιση 2-3 ωρών προ των εξετάσεων για την «τελευταία επανάληψη» εκεί δεν υπάρχει σοβαρή συνέχεια των αιτιάσεων, αλλά παρ΄ όλα ταύτα ο δάσκαλος πρέπει να γίνει πολύ πειστικός με κάποια βιωματική –πειστική μέθοδο για να αλλάξει αυτή

την συμπεριφορά . Μια καλή μέθοδος είναι η ανάκληση από την μνήμη των προσωπικών εμπειριών των υποκειμένων . Εκεί όμως μπορεί να προκύψουν αναπάντεχα εμπόδια, ακόμα και από ενηλίκους , και εκπαιδευμένους σε ΑΕΙ συναδέλφους!…..

8.3 ΕΝΑΣ ΑΥΘΕΝΤΙΚΟΣ ΔΙΑΛΟΓΟΣ

-Πόσες φορές σου έχει τύχει να προσπαθείς να λύσεις μια άσκηση ας πούμε Γεωμετρίας και να μην μπορείς να την λύσεις, μετά να κοιμάσαι αποκαμωμένος από την προσπάθεια και το πρωί η λύση να προκύπτει σχεδόν αυτόματα;

-Πάρα πολλές φορές!…….

-Και εμένα το ίδιο συμβαίνει!…..Έχεις όμως κάποια ιδέα για το «γιατί;»

-Έ….είναι προφανές!…..Στην διάρκεια του ύπνου το υποσυνείδητο επεξεργάζεται την άσκηση που ήθελες τόσο πολύ να λύσεις όλη την νύκτα και το πρωί την έχει ήδη λύσει, γι αυτό προκύπτει σχεδόν αυθόρμητα !

-Και που το ξέρεις εσύ αυτό;

- Έτσι λέει η ψυχολογία!….

- Δεν μου λες που το διάβασες να ….το μάθω και εγώ;

- Διακρίνω μια ειρωνεία στο ύφος σου ή όχι;

- Μα βρε Κώστα , είναι δυνατόν να δουλεύει λογικά το μυαλό κατά την διάρκεια του ύπνου; Στον ύπνο κάνει ο εγκέφαλος…άδειασμα του κάδου ανακύκλωσης, άδειασμα των προσωρινών αρχείων, διόρθωση αρχείων του συστήματος και ανασυγκρότηση δίσκων! Αλλά …….δεν δουλεύει κανένα λογισμικό! ….Πώς μπορείς να πάρεις αποτελέσματα ενός προβλήματος;;

- Μα δουλεύει ο εγκέφαλος στον ύπνο! Πώς βλέπεις όνειρα;
- Βλέπεις, αλλά τα όνειρα μπλέκουν το χρόνο παρελθόν και παρόν, τον τόπο , ζώντες και νεκρούς. Γίνεται ένα αλαλούμ !…..Μαθηματικά με παραγωγική λογική θα σου βρουν που δεν μπορείς να κάνεις στον …..ξύπνιο σου;
- Και τότε πώς λύνεις την άσκηση σχεδόν αυτόματα μόλις αφυπνίζεσαι;
- Η καθαρότητα και το ξεκούραστον του εγκεφάλου οδηγούν σε λίγο χρόνο στην εύρεση της έμπνευσης για την λύση!
- Τόσο γρήγορα;…..Δεν το πιστεύω!….
- Και η μπαταρία όταν είναι μισοάδεια δεν μπορεί να εκκινήσει την μηχανή του αυτοκινήτου , όσες προσπάθειες κι αν κάνει , αλλά όταν επαναφορτιστεί και αποκτήσει την κατάλληλη τάση θα μπορεί να

δημιουργήσει την σπίθα που χρειάζεται για την εκκίνηση!.

- Και ποιος σου είπε ότι μπορείς να παρομοιάσεις τον εγκέφαλο με την μπαταρία;….
- Εν τάξει, δεν μπορώ….Όταν έχεις φάει γιατί δεν δουλεύει το μυαλό σου καλά;
- Διότι το πολύ το αίμα πάει στο στομάχι για την χώνευση και αναγκαστικά φεύγει και από τον εγκέφαλο . Οι σωματικές λειτουργίες καταστέλλονται και γι αυτό δημιουργείται αίσθημα υπνηλίας μετά το φαγητό!….
- Δηλαδή όταν έχεις υπνηλία δεν δουλεύει καλά ο εγκέφαλος ενώ όταν κοιμάται μπορεί να λύσει άσκηση Γεωμετρίας; Μα ο ύπνος δεν είναι μια προχωρημένη ποσοτικά και ποιοτικά κατάσταση υπνηλίας, όπου αν υπερβεί κάποιο όριο κούρασης , περιπίπτει σε κατάσταση κι άλλης περαιτέρω καταστολής των σωματικών λειτουργιών όπου την ονομάζουμε ύπνο;
- Άλλο ύπνος και άλλο υπνηλία! Δεν συσχετίζονται γραμμικά -ποσοτικά , υπάρχει ποιοτική διαφορά! Δεν έχεις ακούσει για τα στάδια του ύπνου REM κτλ;
- Άστο αυτό, θα σου πω άλλο επιχείρημα: Υπάρχει τρόπος να επαυξήσεις τις νοητικές σου ικανότητες προ των εξετάσεων;

- Ναι!….Να πιεις ένα ρόφημα σοκολάτα βαρύ γλυκό ή να φας μια σοκολάτα ή ένα μπακλαβά ή ένα «κατά την υφήν» (καταΐφι Τουρκιστί!) από τα οποία προσφέρεται άμεση πρόσληψη σακχάρων και τα οποία καίγονται γρήγορα και παράγουν τα ενεργειακά τους αποτελέσματα και στον εγκέφαλο!
- Εν τάξει ! .Μου φθάνει που γνωρίζεις ότι οι νοητικές και άρα και οι μαθηματικές ικανότητες δεν είναι σταθερές, αλλά μεταβάλλονται για το ίδιο πρόσωπο ανάλογα με την διατροφή του, τις ώρες ύπνου του και την ψυχολογική του διάθεση , τα οποία πρέπει να βελτιστοποιήσουμε για να επιτύχουμε το μέγιστο της απόδοσης κάθε φορά!

Εκεί σταματά ο διάλογος . Ας μην νομίσει ο αναγνώστης ότι βρίσκεται κάποια άκρη πάντα ή ότι πείθεται ο συνομιλητής ! Οι παραθεωρίες και οι παραψυχολογίες είναι πανταχού παρούσες και ελλοχεύουν παντού.

Μπορεί όλοι ανεξαιρέτως οι προπονητές ποδοσφαίρου να θεωρήσουν ως τρελό όποιον τους συστήσει να κάνουν Σαββατο-βραδινή ολονύκτια προπόνηση εν όψει του πρωινού δύσκολου ποδοσφαιρικού ντέρμπυ , αλλά αντίθετα , αρκετοί γονείς και δάσκαλοι δεν θα αποτρέψουν τον μαθητή τους ή τον κανακάρη τους από το να ξενυχτήσει διαβάζοντας!

Φαίνεται ότι ακόμα και κατακτήσεις που έχουν προκύψει από θετικές επιστήμες όπως όντως είναι η Ψυχολογία , με επανειλημμένη παρατήρηση και πείραμα , με διασταύρωση, με δημόσιο έλεγχο, δεν μπορούν να εμπεδωθούν από τον κόσμο. Οι προσδοκίες των ανθρώπων και τα παντός είδους «πιστεύω» τους δεν συνάδουν πάντα με την αλήθεια.

Μάλιστα ένα καλό μέτρο του κατά πόσο μια επιστήμη έχει προχωρήσει σε εξέλιξη σε σχέση με το επιθυμητό επίπεδο από την κοινωνία , είναι το εάν και κατά πόσον παράλληλα με την επιστήμη υπάρχει και η ….παρα-«επιστήμη».

Παραδείγματα:

- Η οδοντιατρική επιστήμη(σε σχέση με το αντικείμενο που έχει) έχει προχωρήσει στα επιθυμητά από την κοινωνία επίπεδα διότι έχει εξαφανιστεί η παρα-οδοντιατρική (όχι τα παραοδοντιατρικά επαγγέλματα!) που εξέφραζε ο κουρέας ο οποίος προαιώνια έκανε χρέη οδοντιάτρου και αισθητικού .
- Η γενική Ιατρική και η φαρμακολογία δεν φαίνονται να ανταποκρίνονται πλήρως στις προσδοκίες της κοινωνίας, διότι οι παντός είδους κομπογιαννίτες υπάρχουν και δρουν ακόμη. ….
- Αντίθετα, η Χειρουργική είναι αδιανόητο να υπάρχει από ..πρακτικούς! Αυτό σημαίνει ότι έχει κάνει

άλματα προόδου (σε σχέση πάντα με τις προσδοκίες της κοινωνίας.) Το ίδιο και η Μαιευτική . Ο Μαιευτήρας εξετόπισε πλήρως την πάλαι ποτέ …γριά-μαμή!

- Η Χημεία , έπαψε προ πολλού να συνυπάρχει με την ….αλχημεία .
- Τα Μαθηματικά έπαψαν προ πολλού να είναι συνώνυμα της ….μαγείας (Αν και κουβαλούν κάποια ιστορικά –διδακτικά κατάλοιπα) Η μεγάλη μαθηματικός της αρχαιότητας Υπατία εξοντώθηκε από τον μαινόμενο χριστιανικό όχλο ως …μάγισσα!
- Η Αστρονομία εξακολουθεί να συγχέεται με την ....Αστρολογία.
- Με παρόμοιο αλλά πολύ χειρότερο τρόπο και η ψυχολογία συγχέεται με την παραψυχολογία , όπου ο επιστήμων ψυχολόγος συγχέεται με τον ερασιτέχνη «ψυχολόγο –φυσιογνωμιστή» που «ψυχολογεί» , η Ψυχολογία με την ...παραψυχολογία, η ψυχιατρική με την τρελλοϊατρική , οι ψυχολόγοι με τους «τηλεπαθητικούς» κτλ. Περισσότερο δεινοπαθεί η ίδια η λέξη «ψυχολογία» που πλέον χρησιμοποιείται στα πλέον απίθανα σημεία :

- Η ομάδα μας δεν απέδωσε διότι δεν είχε καλή ψυχολογία
- Τα πάντα είναι θέμα ψυχολογίας του παίκτη.

- Σήμερα είχαμε άσχημη ψυχολογία

Και τα ανωτέρω αποτελούν φυσικά την απόδοση του όρου «ψυχική διάθεση»

Αλλά η μεταφυσική αντίληψη για την Ψυχολογία φαίνεται και στην παρακάτω τυποποιημένη έκφραση:

- Παρ´ ότι είμαστε προπονημένοι και είχαμε άριστη φυσική κατάσταση, χάσαμε γιατί δεν είχαμε καλή ψυχολογία!……

Με αυτή την βαρύγδουπη δήλωση ο προπονητής (που πρέπει να είναι και καλός «ψυχολόγος») εμφανίζεται να διαχωρίζει το σώμα και την ψυχή και να μην τα βλέπει ολιστικά δηλ. την ψυχοσωματική ολότητα του ανθρώπου.

Φαίνεται ότι θα περάσουν πολλά χρόνια για να συγκλίνουν οι απόψεις των ανθρώπων τουλάχιστον επί των ορισμών!

Εν τω μεταξύ θα συνεχίσουν οι παρενέργειες των δοξασιών περί ακαταπόνητης «ψυχής»-νου κτλ που πλήττουν τους μαθητές και προκαλούν ανάσχεση στην εκδήλωση των ικανοτήτων τους και φυσικά και των μαθηματικών τους τοιαύτων……..

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι.

ΕΙΔΙΚΕΣ ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΔΕΞΙΟΤΗΤΑ

Ο όρος «Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες» αναφέρεται σε μία ξεχωριστή κατηγορία δυσκολιών που αφορούν τη μάθηση, και πιο συγκεκριμένα την επεξεργασία του γραπτού λόγου.

Εκφράζονται με την έντονη και επίμονη δυσκολία του μαθητή να αποκτήσει τις ικανότητες Ανάγνωσης, Ορθογραφημένης Γραφής και/ή τη Μαθηματική Ικανότητα, σε βαθμό ανάλογο με τη χρονολογική ηλικία του, τη νοημοσύνη του και την εκπαίδευση που έχει λάβει.

Τρεις κατηγορίες Ε.Μ.Δ.

1) Διαταραχή της Ανάγνωσης

Η επίδοση στην ανάγνωση είναι σημαντικά κάτω από το αναμενόμενο, δεδομένων της χρονολογικής ηλικίας του ατόμου, της μετρηθείσας νοημοσύνης του και της εκπαίδευσης που αντιστοιχεί στην ηλικία.

Βασικότερα συμπτώματα:

- Ανάγνωση αργή, με δισταγμό, χωρίς ροή, συχνά συλλαβισμός.

- Παράλειψη, πρόσθεση, αντικατάσταση γραμμάτων, συλλαβών ή λέξεων κατά την ανάγνωση
- Ελλιπής κατανόηση του κειμένου.

2) Διαταραχή της γραπτής έκφρασης / γραφής

Οι δεξιότητες της γραφής είναι σημαντικά κάτω από το αναμενόμενο, δεδομένων της χρονολογικής ηλικίας του ατόμου, της μετρηθείσας νοημοσύνης και της εκπαίδευσης που αντιστοιχεί στην ηλικία.

Βασικά συμπτώματα

- Παράλειψη, πρόσθεση, αντικατάσταση γραμμάτων, συλλαβών ή λέξεων κατά την γραφή
- Πολλά ορθογραφικά λάθη, ακόμα και σε λέξεις που έχουν συστηματικά διδαχθεί.
- Κακογραφία, μουτζούρες, απουσία σημείων στίξης, κατάργηση των διαστημάτων.

Ο όρος «δυσλεξία» που χρησιμοποιείται ευρέως, αναφέρεται στις Διαταραχές Ανάγνωσης και Γραπτής Έκφρασης, που στις περισσότερες περιπτώσεις συνυπάρχουν. Με άλλα λόγια, «δυσλεκτικό» θεωρείται το άτομο που έχει Ειδική Μαθησιακή Δυσκολία Ανάγνωσης και Ειδική Μαθησιακή Δυσκολία Γραπτής Έκφρασης.

Η δυσλεξία δεν είναι διαταραχή της εκφοράς του λόγου. Η ομιλία και η άρθρωση των δυσλεκτικών ατόμων είναι φυσιολογικές (εκτός αν συμβαίνει συμπτωματικά να

υπάρχει και κάποια άλλη διαταραχή μαζί με τη δυσλεξία).

3) Διαταραχή των Μαθηματικών

Η μαθηματική ικανότητα είναι σημαντικά κάτω από το αναμενόμενο, δεδομένων της χρονολογικής ηλικίας του ατόμου, της μετρηθείσας νοημοσύνης και της εκπαίδευσης που αντιστοιχεί στην ηλικία. Η Διαταραχή των Μαθηματικών είναι η πιο σπάνια από τις Ε.Μ.Δ.

Βασικά συμπτώματα

- Δυσκολία στην αναγνώριση των μαθηματικών συμβόλων (+, -, x, :)
- Δυσκολία στην αντιγραφή αριθμών, πράξεων, δυσκολία στη χρήση «κρατούμενων».
- Δυσκολία στην εκμάθηση του πολλαπλασιασμού

Πέρα από τα ειδικά συμπτώματα κάθε Ειδικής Μαθησιακής Δυσκολίας υπάρχουν και ορισμένα γενικά χαρακτηριστικά που μπορεί να έχουν τα άτομα με Ε..Μ..Δ.:

- Δυσκολία στον προσανατολισμό, στην αίσθηση του χώρου και του χρόνου
- Δυσκολία στην αντίληψη της διαδοχής και της αλληλουχίας
- Δυσκολία στην οργάνωση της μελέτης, της εργασίας και του χρόνου τους.

- Δυσκολία στην τήρηση του προγράμματος
- Έλλειψη ενδιαφέροντος για τα βιβλία και για οτιδήποτε χρησιμοποιείται γραπτός λόγος.

Παρόλη την αδυναμία που δείχνουν τα άτομα με Ε.Μ.Δ. στην έκφραση, έχουν πλούσιο συναισθηματικό κόσμο, καλή κριτική ικανότητα, προβληματίζονται για τα κοινωνικά θέματα, έχουν διαμορφωμένες θέσεις και απόψεις .... όμως συχνά μοιάζει να μην βρίσκουν τις λέξεις για να εκφραστούν!

Συχνότητα εμφάνισης των Ε.Μ.Δ.

Η συχνότητα εμφάνισης των Ε.Μ.Δ είναι δύσκολο να προσδιοριστεί. Το ποσοστό μπορεί να ποικίλλει από χώρα σε χώρα γιατί η διάγνωση των Ε.Μ.Δ. επηρεάζεται τόσο από τα διαγνωστικά εργαλεία που χρησιμοποιούνται, όσο και από το γλωσσικό περιβάλλον που υπάρχει σε κάθε χώρα. Το ποσοστό των ατόμων με Ε.Μ.Δ. στον ελληνικό χώρο δεν είναι γνωστό, γιατί δεν έχει γίνει καμία επίσημη έρευνα. Υπολογίζεται πάντως ότι το ποσοστό των ατόμων με Ε.Μ.Δ. είναι ~5% του γενικού πληθυσμού.

Που οφείλονται οι Ε.Μ.Δ.

Η αιτιολογία δεν είναι γνωστή. Υπάρχει η υπόθεση ότι οφείλονται σε όποια δυσλειτουργία στο Κεντρικό Νευρικό Σύστημα. Σε ορισμένες περιπτώσεις υπάρχει κληρονομική βάση (κάποιο μέλος της οικογένειας έχει παρόμοιες

δυσκολίες) και σε άλλες υπάρχει συγγενής αιτιολογία (συμβάντα κατά την κύηση ή τον τοκετό).

Οι Ε.Μ.Δ. είναι εγγενείς στο άτομο, δηλ.

- χαρακτηρίζουν (ή όχι) ένα άτομο από τη γέννησή του μέχρι το τέλος της ζωής του.
- Δεν εμφανίζονται ξαφνικά κάποια στιγμή και
- δεν εξαφανίζονται μετά από χρόνια.

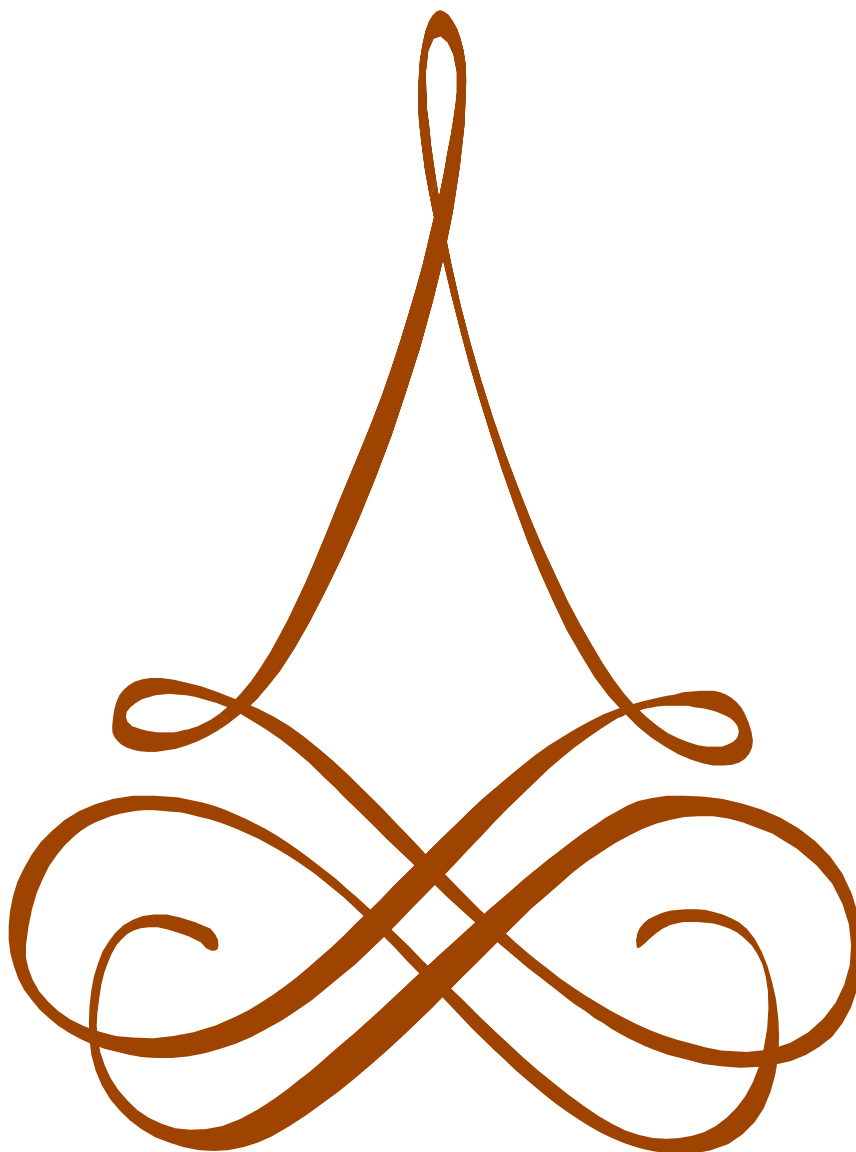
Πως αντιμετωπίζονται οι Ε.Μ.Δ

Όπως είπαμε, οι Ε.Μ.Δ. χαρακτηρίζουν (ή όχι) ένα άτομο από τη γέννηση του μέχρι το τέλος της ζωής του. Με άλλα λόγια, οι Ε.Μ.Δ. δεν «θεραπεύονται». Αυτό, όμως που θεραπεύεται είναι τα συμπτώματά τους.

Με ειδικές μεθόδους διδασκαλίας, με ειδικές ασκήσεις και με κατάλληλη οργάνωση της μελέτης τα άτομα με Ε.Μ.Δ. μαθαίνουν τρόπους να παρακάμπτουν τις δυσκολίες τους και βελτιώνονται σ' αυτά που υστερούν

- Αν έχομε ενδείξεις ότι ένα παιδί έχει Ε.Μ.Δ.:
  Το παιδί δυσκολεύεται ιδιαίτερα να διαβάσει, παρ' ότι τα παιδιά της ηλικίας του έχουν κατακτήσει αυτή τη δεξιότητα.
- Κάνει πολλά ορθογραφικά λάθη, ακόμα και σε λέξεις πολύ κοινές .
- Δυσκολεύεται ιδιαίτερα να γράψει κάποιο κείμενο,

Μια τέτοια μακροσκοπική διάγνωση , θέλει μια επίσκεψη σε ειδικό.



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ[6].

ΕΧΟΥΝ ΤΑ ΖΩΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ;;;

ΟΙ ΣΚΥΛΟΙ είναι πιθανόν πολύ εξυπνότεροι απ' όσο πιστεύουν οι περισσότεροι άνθρωποι, σύμφωνα με μια νέα μελέτη.



Επιστήμονες είναι πεπεισμένοι ότι οι σκύλοι μπορούν να μετρούν και ερευνητές του Πανεπιστήμιου Ντέιβις της Καλιφόρνιας υποστηρίζουν ότι τα συμπαθή τετράποδα προσπαθούν να διαβιβάσουν διάφορα μηνύματα με την οξύτητα και το ρυθμό των γαβγισμάτων τους.

Επιστήμονες της συμπεριφοράς των ζώων πίστευαν ότι το γάβγισμά τους ήταν απλώς ένας τρόπος για να τραβάνε την προσοχή. Τώρα μια νέα μελέτη αναφέρει πως κάθε σκύλος έχει συγκεκριμένα γαβγίσματα με ένα φάσμα νοημάτων», γράφει το περιοδικό «New Scientist».

Οι σκύλοι ξέρουν επίσης πότε τους δίνουν λιγότερες «λιχουδιές» επειδή έχουν μια θεμελιώδη μαθηματική

---

[6] ΝΑΥΤΕΜΠΟΡΙΚΗ
Πέμπτη, 1 Αυγούστου 2002

ικανότητα χάρη στην οποία μπορούν να ξεχωρίζουν πότε ένας σωρός αντικειμένων είναι μεγαλύτερος από έναν άλλο. Αλλά για να μετρήσει, ένα ζώο πρέπει να καταλαβαίνει ότι κάθε αντικείμενο σε μια ομάδα ανταποκρίνεται σε ένα και μόνον αριθμό και ότι ο τελευταίος αριθμός μιας ακολουθίας αντιπροσωπεύει το συνολικό αριθμό των αντικειμένων», προσθέτει το «New Scientist».

Ο Ρόμπερτ Γιάνγκ του Ποντιφικικού Καθολικού Πανεπιστημίου του Μίνας Γκεράις στο Μπέλο Οριζόντε της Βραζιλίας δοκίμασε τη θεωρία σε 11 ημίαιμα σκυλιά δίνοντάς τους «λιχουδιές» για σκύλους. Οι σκύλοι έβλεπαν τα κεράσματα και μετά μια οθόνη κατέβαινε και οι λιχουδιές είτε έμεναν όπως ήταν είτε μερικές προσετίθεντο ή αφαιρούντο. Όταν μια λιχουδιά είχε προστεθεί ή αφαιρεθεί, οι σκύλοι κοιτούσαν τα κεράσματα για πολύ περισσότερο χρόνο απ' ό,τι όταν οι λιχουδιές δεν είχαν πειραχτεί, πιθανόν επειδή είχαν κάνει τους υπολογισμούς τους και οι αριθμοί δεν ανταποκρίνονταν στις προσδοκίες τους.

Οι σκύλοι κατάγονται από τους λύκους, οι οποίοι όχι μόνο έχουν ένα μεγάλο νεοχιτώνιο -το εγκεφαλικό κέντρο της λογικής- αλλά ζουν και σε μεγάλες κοινωνικές ομάδες», αναφέρει το περιοδικό.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ

ΦΥΛΟ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ

Γενικά

Το θέμα «Φύλο και μαθηματικές δεξιότητες» είναι μια ειδική περίπτωση του γενικότερου θέματος «Διαφορές των δύο φύλων» Πρόκειται για θέμα τα οποίο έχει κακοποιηθεί βάναυσα , με αποτέλεσμα , ακόμα και σήμερα να μην έχουμε εντελώς ξεκάθαρες αντιλήψεις . Τα ερωτήματα μπορούν να συνοψιστούν κυρίως στα παρακάτω:

- Υπάρχουν διαφορές στα δύο φύλα σε ό,τι αφορά τις δεξιότητες στην μαθηματική σκέψη;
- Αν υπάρχουν μπορούν να μετρηθούν αποτελεσματικά;
- Πόσο επηρεάζουν κοινωνικοί παράγοντες και προκαταλήψεις τα παρατηρούμενα αποτελέσματα;
- Οι όποιες διαφορές , αν υπάρχουν , έχουν βιολογική (και άρα είναι μη αναστρέψιμοι) βάση ή μήπως έχουν κοινωνική βάση μόνο (και άρα αλλάζουν σε μια ενδεχόμενη αλλαγή των κοινωνικών υποδομών;)

Το φαινόμενο της προκατάληψης της επιβεβαίωσης.

Ένας από τους ερευνητές που πρωτοασχολήθηκε με το ανωτέρω φαινόμενο ήταν ο Wason (1968) .Έκτοτε η έρευνες συνεχίστηκαν από Mynatt, Doherty & Tweney κ.ά. οι οποίες έδωσαν τα ίδια αποτελέσματα: **«Κάθε φορά που προσπαθούμε να ανακαλύψουμε εάν οι πεποιθήσεις για τον κόσμο είναι σωστές, βρίσκουμε**

πιο εύκολο να ψάξουμε για ενδείξεις που να επιβεβαιώνουν τις πεποιθήσεις μας, παρά να βρούμε ενδείξεις που να διαψεύδουν αυτό που πιστεύουμε»

Περιττό να τονισθεί, ότι έχουν γίνει πολλές , πάμπολλες θα λέγαμε έρευνες που κουβαλούσαν την προκατάληψη και τα πιστεύω του ερευνητή με οδυνηρά (Για την αλήθεια!) αποτελέσματα . Άλλες έρευνες συνέδεσαν τα αποτελέσματα των ερευνών με το φύλο του ερευνητή και βρήκαν …θετική συσχέτιση λ.χ. αναφορικά με το «επιστημονικό» αποτέλεσμα και το φύλο του ερευνητή σχετικά με τις απόψεις του ή την αρχική του υπόθεση και την λεγόμενη «ισότητα» των δύο φύλων.

Την λέξη «ισότητα» την θέσαμε εντός εισαγωγικών , αφού σύμφωνα με την γνώμη μας , αυτή ή έννοια είναι άκρως αντιεπιστημονική. Όλοι οι άνθρωποι έχουν τα μαθηματικά εκπαιδευτικά εφόδια για ξεχωρίζουν τα παρακάτω:

- Η ισότητα ως έννοια σύγκρισης έχει νόημα μεταξύ του εαυτού μου και …εμού.
- Όποια πράγματα δεν είναι ίσα δεν είναι άνισα κατ΄ ανάγκη αλλά υπάρχει και η τρίτη κατάσταση της μη συγκρισιμότητας .
- Ο διχασμός του ανθρώπου σε δύο φύλα, όπως και σε όλα τα ανώτερα όντα, σύμφωνα με τις κρατούσες βιολογικές θεωρίες, έγινε για επιτυχέστερη και αποτελεσματικότερη αντιμετώπιση των προβλημάτων επιβίωσης του είδους.

Αν τα προηγούμενα είναι σωστά και μπορεί να τα αποδεχθεί κάποιος, τότε, εύκολα μπορούμε να συνάγουμε ότι ο ρόλος των δύο φύλων είναι αυτός που υπαγορεύει η βιολογία , δηλαδή «συμπληρωματικός» . Εκεί , μπορούμε να αποδεχθούμε και να συμφωνήσουμε ότι **δεν έχει νόημα μεταξύ συμπληρωματικών πραμάτων να αναζητούμε το ποιο είναι ανώτερο** και το ποίο συμβάλλει αποφασιστικότερα στην επιβίωση. Για

ουδέτερο παράδειγμα να πάρουμε μια συσκευή τηλεόρασης . Έχει νόημα να συζητούμε ποιο εξάρτημά της είναι ανώτερο λ.χ. η οθόνη ή η πλακέτα υποστήριξης; Και τα δύο συμβάλουν στην λειτουργία της και ελλείποντος του ενός ,το άλλο δεν μπορεί να λειτουργήσει την συσκευή καθόλου.

Μπορούμε να θεωρήσουμε τον άνθρωπο κάπως έτσι;

Κατά την γνώμη μας, αυτή η θεώρηση είναι και προφανής και την είχαν καταγεγραμμένη οι Έλληνες στους μύθους τους όταν ομιλούσαν για δύο ημίσεα τα οποία περιπλανώντο και όταν συνευρίσκοντο ένοιωθαν ευτυχή.

Κατά την γνώμη μου η επιστημονική καταγραφή των διαφορών και των ομοιοτήτων στα δύο φύλα , είναι ένα σοβαρό έργο που θα βοηθήσει στην αυτογνωσία των ανθρώπων στην υποβοήθησή τους να εκτελέσουν τις πλέον κατάλληλες επιλογές τους για την ζωή και στην συνακόλουθη ψυχική τους ισορροπία. Πλέον το κίνημα του Φεμινισμού πέτυχε πάρα πολλά και σωστά. (πρόσβαση σε όλα σχεδόν τα επαγγέλματα, ψήφος, ίση αμοιβή για ίση εργασία προστασία μητρότητας κτλ) Βεβαίως και υπολείπονται κι άλλα να γίνουν . Αλλά οι υπερβολές του Φεμινισμού με το ιδεολόγημα της «ισότητας» δεν θα πρέπει να συνεχιστούν και σε αυτό θα συμβάλει η επιστημονική έρευνα.

Κατά την γνώμη του γράφοντος η αποτιμώμενη ως μέγιστη διαφορά των δύο φύλων και οι οποία δημιουργεί τις περισσότερες κοινωνικές στρεβλώσεις όταν αποπειρόμεθα να δούμε τα πράγματα υπό το πρίσμα της «ισότητας» είναι η ηλικία του ορίου τεκνοποίησης.

- **Στον άντρα, ένα θεωρητικό συμβατικό όριο είναι τα 70 χρόνια** (έστω κι αν προσφυώς τα προκύπτοντα τέκνα ενός ηλικιωμένου πατρός ο λαός τα ονομάζει «παιδιά της ορφάνιας»)

- **Στην γυναίκα , το έσχατο συμβατικό όριο είναι τα 36 έτη** (Με κάποια μικρή τεχνητή παράταση-υποβοήθηση ίσως , αλλά και μόνο για ένα τέκνο – «ένα ίσον κανένα»)

Η παραπάνω διαφορά θέτει το δίλημμα σε μια γυναίκα: «Καριέρα ή οικογένεια;» Το ότι υπάρχουν παραδείγματα γυναικών με ζηλευτή επιστημονική καριέρα και οικογένεια αυτό αποτελεί την εξαίρεση του κανόνα. Στους χώρους του θεάματος όπου γυναίκες πουλούν την εικόνα τους εντατικά, έχομε τα πλέον ορατά (λόγω προβολής) παραδείγματα όπου οι γυναίκες αυτές «μη έχοντας χρόνο» να τεκνοποιήσουν μένουν άτεκνες ή στην καλύτερη περίπτωση υιοθετούν κάποιο παιδί. Συνήθως ενθυμούνται την ανάγκη δημιουργίας οικογενείας όταν πάψει η νεότητα και αποσυρθούν τα φώτα της δημοσιότητας από πάνω τους, άρα και οι δουλειές τους. Τότε συνήθως είναι αργά. Αυτό όμως έχεις όλες τις γνωστές ψυχολογικές επιπτώσεις όταν έρχεται η ώρα του απολογισμού της ζωής ενός εκάστου.

Καταγραφές παρατηρήσεων και στατιστικές συσχετίσεις.

Υπάρχουν πλείστες έρευνες με άψογη δειγματοληψία[7], άψογη στατιστική επεξεργασία σε υψηλούς δείκτες στατιστικής σημαντικότητας που παρουσιάζουν ισχυρότατες στατιστικές συσχετίσεις, θετικές ή αρνητικές μεταξύ δύο μεταβλητών μιας έρευνας. Μέχρι εκεί όλα λειτουργούν άψογα. Όταν όμως ο ερευνητής διατυπώνει την υψηλή θετική ή αρνητική συσχέτιση **υπό μορφή ανακάλυψης νόμου,** εκεί αρχίζουν τα λάθη των ερευνών. Το σωστό είναι , παρ΄ όλη την υπάρχουσα και πέραν πάσης αμφιβολίας ισχυρή θετική ή αρνητική στατιστική

[7] Στο σύγγραμμα του κ. Ιωάννου Παρασκευοπούλου **«Μεθοδολογία επιστημονικής Έρευνας»** ΑΘΗΝΑ 1985 , περιγράφονται όλες οι παράμετροι που πρέπει να εκπληροί μια έρευνα για να δώσει τα ικανοποιητικότερα και ασφαλέστερα αποτελέσματα.

συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών, είναι να διατυπώσει ο ερευνητής μία **εικασία** αφήνοντας ανοικτό το συμπέρασμα για άλλη έρευνα όπου θα **απομονωθούν άλλοι παρασιτικοί παράγοντες της έρευνας,** θα υπάρξει **ομάδα ελέγχου των υποθέσεων**[8], θα γίνει η έρευνα και από άλλους ερευνητές, σε άλλο δείγμα κτλ.

Γενικά , στην εξαγωγή συμπερασμάτων **από ισχυρές στατιστικές συσχετίσεις,** θα πρέπει να είμαστε **φειδωλοί** και να προβαίνουμε **μόνο σε εικασία** για περαιτέρω **περισσότερο ειδική και καλοσχεδιασμένη έρευνα** .

ΜΙΑ ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ ΓΙΑ ΤΟ ΘΕΜΑ ΤΗΣ ΣΤΑΣΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΑΠΕΝΑΝΤΙ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

«Η επίδραση του ψυχοκοινωνικού περιβάλλοντος της τάξης στις στάσεις των μαθητών και στην επίδοσή τους στο μάθημα των μαθηματικών» -Γιαλαμάς Β. Κασιμάτη Αικ. Καραγιώργος Δημ. Περιοδικό «Τα εκπαιδευτικά» τεύχος 44-45 , 1997.

Η έρευνα έγινε με χρήση ερωτηματολογίων το σχ. Έτος 1996-97 σε παιδιά Γ΄Γυμνασίου

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΕΡΕΥΝΑΣ

α. Ως προς την επίδοση

τα ευρήματά συμφωνούν με εκείνα έρευνας στην Α΄ Γυμνασίου (Καραγεώργος, Κασιμάτη και Γιαλαμάς 1996).

---

[8] Στην φαρμακολογία είναι γνωστό το **φαινόμενο «placebo»** . Όταν ελέγχεται η αποτελεσματικότητα ή μη ενός φαρμάκου, υπάρχουν τρεις ισοπληθείς ομάδες ασθενών . Μία ομάδα λαμβάνει το φάρμακο , η άλλη δεν το λαμβάνει κα ιη τρίτη λαμβάνει ένα απλό ζαχαρόπηκτο χάπι (placebo) το οποίο παρουσιάζεται ως πραγματικό φάρμακο στους ασθενείς. Ένα φάρμακο περνά την δοκιμασία αξιοπιστίας και αποτελεσματικότητας, , όταν παράγει μετρήσιμα , στατιστικώς σημαντικά αποτελέσματα σε σχέση και με τις δύο ομάδες . Ενίοτε παρουσιάζεται το εξής παράδοξο και εντυπωσιακό αποτέλεσμα.Η ομάδα που πήρε το **placebo** να δίνει εμφανή και μετρήσιμα σημάδια βελτίωσης για ψυχολογικούς λόγους που επιδρούν στην βελτίωση της υγείας τους! Πρόκειται για εξαιρετικά ενδιαφέρον φαινόμενο , το οποίο είναι γνωστό ως φαινόμενο **placebo**.

Στα θέματα των ασκήσεων που στηρίζονται σε βασικές μαθηματικές έννοιες της διδακτέας ύλης, οι μαθητές παρουσιάζουν την ίδια επίδοση με εκείνη που προκύπτει από την αξιολόγηση του καθηγητή τους. Στα προβλήματα, αντίθετα, οι μαθητές παρουσίασαν πολύ χαμηλή επίδοση. Τίθεται ξανά ο προβληματισμός κατά πόσο η σχολική διαδικασία (αναλυτικά προγράμματα, βιβλία, μέθοδοι διδασκαλίας), εστιάζεται στην επίλυση προβλήματος (Καραγεώργος 1994). Επίσης, σύμφωνα με τα ευρήματα αντίστοιχων ερευνών (Lester & Carofalo 1987, Taplin 1992), πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ότι:

1) η αποτυχία ενός μαθητή στην επίλυση προβλημάτων δεν οφείλεται μόνο σε ένα μη επαρκές υπόβαθρο γνώσεων αλλά και σε μια σειρά από άλλους παράγοντες όπως πεποιθήσεις, στάσεις, διαδικασίες αυτοελέγχου και κοινωνικοπολιτισμικές συνθήκες.

II) Οι στάσεις ενός ατόμου αποτελούν «μεταβατικά χαρακτηριστικά» σε αντίθεση με τις συγκινήσεις οι οποίες συγκεκριμενοποιούνται ανάλογα με την περίπτωση και

III) Πρέπει να καλλιεργείται η επιμονή των μαθητών κατά την επίλυση Προβλημάτων.

Σε ανάλογα συμπεράσματα κατέληξε και η έρευνα της Stucey (1990) η οποία έδειξε ότι σε μαθητές Γυμνασίου, υπάρχει εξάρτηση ανάμεσα στις πεποιθήσεις- στάσεις των

μαθητών και στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών καθώς και την επίλυση προβλημάτων στα Μαθηματικά.

Η μικρή υπεροχή ως προς την επίδοση, των κοριτσιών έναντι των αγοριών, και των μαθητών με γονείς υψηλού μορφωτικού επιπέδου συμφωνεί με αντίστοιχες έρευνες στην Ελλάδα (Κασιμάτη 1994, Καραγεώργος, Κασιμάτη και Γιαλαμάς 1996, Χιονίδου 1996). Στο μη τυπικό 4ο πρόβλημα της έρευνας , τα αγόρια επιτυγχάνουν υψηλότερη επίδοση. Αυτό φαίνεται να συμφωνεί με την άποψη ότι τα αγόρια αποδίδουν γενικά καλύτερα από τα κορίτσια σε υψηλότερα γνωστικά επίπεδα μαθηματικών Θεμάτων (Hyde, Fennema Ryan,Frost arid Hopp, 1990).

β. Ως προς τις στάσεις των μαθητών απέναντί στα Μαθηματικά:

Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν, ότι τα κορίτσια εμφανίζουν υψηλότερο άγχος λιγότερη αυτοπεποίθηση και χαμηλότερο κίνητρο αποτελεσματικότητας από τα αγόρια. Παρόλα αυτά, εμφανίζουν υψηλότερες επιδόσεις. Είναι αξιοσημείωτο ότι, ενώ γενικά οι υψηλές επιδόσεις συνδέονται με θετικές στάσεις, στα κορίτσια παρουσιάζεται η αντίστροφη εικόνα. Αντιθέτως υιοθετούν λιγότερο την άποψη ότι τα μαθηματικά είναι κατ εξοχήν ανδρικός χώρος. Σύμφωνες διαπιστώσεις εμφανίζονται σε

έρευνες (Leder 1993, Α. Λεονταρή & Β. Γιαλαμάς1996, Καραγιώργος- Κασιμάτη - Γιαλαμάς 1996).

Το υψηλό μορφωτικό επίπεδο των γονέων σχετίζεται με θετικότερες στάσεις και υψηλότερες επιδόσεις.

Από τις επιδράσεις των παραγόντων Του ψυχοκοινωνικού περιβάλλοντος της τάξης, σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση των στάσεων διαδραματίζει η εμπλοκή των μαθητών στη μαθησιακή διαδικασία, καθώς αυξάνει την αυτοπεποίθηση των μαθητών και συνδέεται με το κίνητρο αποτελεσματικότητας. Ο καθηγητής με υποστηρικτική στάση συμβάλλει στην ελάττωση του άγχους των μαθητών. Σε ανάλογα συμπεράσματα οδηγούνται και οι Koehler and Grouws, (1992), υποστηρίζοντας ότι τα « πιστεύω» και οι ενέργειες των δασκάλων επηρεάζουν τις συμπεριφορές των μαθητών στην τάξη και τα αποτελέσματα της μάθησής τους. Σχέση ανάμεσα στη μαθηματική συμπεριφορά και σε μετρήσεις του περιβάλλοντος τάξης παρατηρήθηκαν και από τους Shaugnessy, Haladyna, and Shaugnesy (1983). Αυτοί εξερεύνησαν το βαθμό στον οποίο ο μαθητής, ο δάσκαλος και οι μεταβλητές του περιβάλλοντος μάθησης ευθύνονται για τη διακύμανση της συμπεριφοράς έναντι στα Μαθηματικά.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, πρέπει να θέσουμε σαν στόχο της μαθηματικής μας εκπαίδευσης την ανάπτυξη

θετικών συμπεριφορών απέναντι στα μαθηματικά και την αναγνώριση της χρησιμότητάς τους από τους μαθητές. Για την επίτευξη αυτού του στόχου, πρέπει να δημιουργούνται περιβάλλοντα μάθησης στα οποία οι δάσκαλοι να είναι υποστηρικτικοί, να δίνεται έμφαση σε καταστάσεις προβληματισμού οι μαθητές να εργάζονται σε ομάδες, να συζητούν για τα Μαθηματικά και να εμπλέκονται σε μαθηματικές δραστηριότητες. Η μάθηση πρέπει να αντιμετωπίζεται ως μια κοινωνική διαδικασία, στην οποία η μαθηματική έννοια και ο σκοπός συνυπάρχουν σαν μέρος μιας μαθηματικής κουλτούρας.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ IV

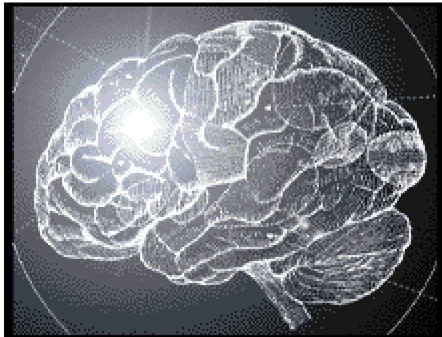
ΜΝΗΜΟΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ

Από τις διαφάνειες των παρουσιάσεων των διαλέξεων της κ. Στέλλας Βοσνιάδου στο μάθημα Γνωστικής Ψυχολογίας

ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ	Βελτιώνοντας τη μνήμη σας
Τομέας	Βοηθητικές Τεχνικές
Λίστες αντικειμένων	Χρησιμοποιήστε μνημονικές στρατηγικές.Ψάξτε για ακρώνυμα που έχουν νόημα.Δοκιμάστε τη μέθοδο των θέσεων.
Ανάγνωση βιβλίων	Ακολουθήστε το σύστημα SQ3R. Καταμερίστε το χρόνο σας ώστε να σας αφήσει περιθώριο για κατανεμημένη εξάσκηση.Διαβάστε ενεργητικά και όχι παθητικά.
Διαλέξεις	Κρατήστε σημειώσεις αλλά καταγράψτε μόνο τα κύρια σημεία. Σκεφτείτε σχετικά με την όλη οργάνωση του υλικού. Κοιτάξτε τις σημειώσεις σας αμέσως μετά τη διάλεξη για να συμπληρώσετε τα κενά.
Μελέτη για διαγωνίσματα	Κάντε ένα λεπτομερές διάγραμμα των σημειώσεων σας από κάποια διάλεξη αντί να τις διαβάζετε παθητικά.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ V

ΔΙΑΦΥΛΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΕΓΚΕΦΑΛΟΥ (Μια νέα έρευνα)[9]



Οι γυναίκες χρησιμοποιούν ολόκληρο τον εγκέφαλο τους όταν ακούνε κάτι ενώ οι άντρες το μισό

7/5/2002

Νέα ερευνητικά δεδομένα επιβεβαιώνουν αυτό που από καιρό έχουν υποψιασθεί οι γυναίκες... Οι άντρες χρησιμοποιούν μόνο το ένα ημισφαίριο του εγκεφάλου τους όταν ακούνε κάτι, ενώ οι γυναίκες ολόκληρο τον εγκέφαλο τους. Η τελευταία αυτή έρευνα, στην αρχαιότερη διαφορά της ανθρωπότητας, μεταξύ των ατόμων του διαφορετικού φύλου, δεν δηλώνει σε καμία περίπτωση ποιος είναι ο καλύτερος ακροατής. Όμως, με τη χρήση μιας παραλλαγής της μαγνητικής

---

[9] Πηγή: http://www.sciencenews.gr

Σχετικές Συνδέσεις:

Current News in Radiology

Radiological Society of North America

Ατλαντας του Εγκεφάλου

Functional Magnetic Resonance Imaging (FMRI)

Ιατρική Σχολή του Πανεπιστημίου της Indiana

τομογραφίας, (fMRI: λειτουργικός μαγνητικός συντονισμός), με την οποία σαρώνεται ο εγκέφαλος, αναδεικνύονται οι διαφορές στην νευρική δραστηριότητα ανδρών και γυναικών που ακούνε κάποιον να διαβάζει δυνατά.

Η νέα αυτή έρευνα που διεξήχθη από ερευνητές της Ιατρικής Σχολής του Πανεπιστημίου της Indiana, είναι μια τελευταία προσθήκη στην αυξανόμενη συλλογή πληροφοριών που πρεσβεύουν ότι ο νοητικός διαχωρισμός μεταξύ των δύο φύλων είναι πολύπλοκος και βαθιά ριζωμένος στην θεμελιώδη βιολογία του εγκεφάλου, από όσο είχαν ποτέ υποψιαστεί. "Ως επιστήμονες, καταλαβαίνουμε τι είναι το φυσιολογικό, και όλο και συχνότερα φαίνεται ότι το φυσιολογικό για έναν άντρα είναι διαφορετικό από το φυσιολογικό για μια γυναίκα", λέει ο ακτινολόγος, Dr. Micheal Phillips. Τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάσθηκαν στο ετήσιο συνέδριο της Ακτινολογικής Εταιρείας Βορείου Αμερικής, στο Σικάγο, και επίσης έχουν υποβληθεί, για έκδοση, στην επιστημονική επιθεώρηση *Radiology*.

Η προσπάθεια να κατανοήσουμε, αν οι διαφορές στην εγκεφαλική και διανοητική ικανότητα μπορούν να αποδοθούν στο φύλο, έχουν μπερδέψει εδώ και πολλά χρόνια τους επιστήμονες, τους γονείς, τους μαχόμενους για ίσα ανθρώπινα δικαιώματα και τους εκπαιδευτικούς.

Το βέβαιο είναι ότι οι εγκέφαλοι ανδρών και γυναικών είναι παρόμοιοι μεταξύ τους, αλλά σίγουρα δεν είναι οι ίδιοι- σε μέγεθος, λογική και ευαισθησίες. Όμως, μόνο τώρα, αξιόπιστες μελέτες του μεταβολισμού και της δομικής οργάνωσης του εγκεφάλου προσφέρουν στους επιστήμονες ισχυρές αποδείξεις για το πώς διαφέρουν νοητικά ο εγκέφαλος ανδρών και γυναικών, συχνά, με τρόπους που αντιστέκονται στις προκαταλήψεις.

Μια αυξανόμενη βιβλιοθήκη ιατρικών ερευνών συλλαμβάνει τα σημάδια της εγκεφαλικής δραστηριότητας σε ζωντανούς εγκεφάλους. Οι γυναίκες και οι άνδρες δείχνουν σημαντικές διαφορές σε κάποιες περιοχές του εγκεφάλου που σχετίζονται με τον τρόπο που οι άνθρωποι σκέφτονται και βιώνουν τα συναισθήματα, τη μαθηματική λογική, την αντίληψη του χώρου και την αντιληπτική ταχύτητα, ακόμα και την αίσθηση του χώρου και του ήχου. Ότι και αν κάνουν, οι γυναίκες φαίνεται ότι ενεργοποιούν πιο πολλούς νευρώνες από ότι οι άνδρες. Κάποιες από αυτές τις διαφορές φαίνεται ότι εξελίχθηκαν στη διάρκεια του βίου. Ο εγκέφαλος των ηλικιωμένων ανδρών και γυναικών έχει σημαντικές λειτουργικές και διαφορές αποκαλύπτουν πρόσφατες έρευνες. Οι εγκέφαλοι των ανδρών είναι μεγαλύτεροι αλλά αλλοιώνονται περισσότερο από την διαδικασία της γήρανσης.

Αντίθετα οι εγκέφαλοι των γυναικών φαίνεται να δουλεύουν πιο ικανοποιητικά.

Στη νέα έρευνα από το Πανεπιστήμιο της Indiana, οι ερευνητές χρησιμοποίησαν τον ανιχνευτή εγκεφάλου σε 20 γυναίκες και σε 20 άντρες -όλοι υγιείς- την ώρα που άκουγαν να διαβάζεται δυνατά ένα θρίλερ, ενώ οι ερευνητές κατέγραφαν τις αντιδράσεις τους. Ο fMRI ανιχνευτής καταδεικνύει την εγκεφαλική δραστηριότητα, παράγοντας πολυδιάστατες εικόνες της αιματικής ροής σε διάφορες περιοχές του εγκεφάλου. Η μελέτη αυτή έδειξε ότι οι άντρες χρησιμοποιούν την αριστερή πλευρά του εγκεφάλου - που συνδέεται παραδοσιακά με την κατανόηση της γλώσσας- για να αντιληφθούν τις συνομιλίες. Οι γυναίκες όμως χρησιμοποίησαν επίσης και την δεξιά πλευρά. Ο Dr. Joseph T Lurito, είπε ότι ίσως οι γυναίκες να χρησιμοποιούν μεγαλύτερο μέρος του εγκεφάλου τους για να ακούσουν μια συνομιλία, αλλά ίσως αυτό να δείχνει ότι οι γυναίκες μπορούν να παρακολουθήσουν ταυτόχρονα δύο ομιλίες.

Το σίγουρο είναι ότι σκοπός της έρευνας δεν είναι να προκληθεί μια διαμάχη μεταξύ των δύο φύλων, αλλά να γίνει κατανοητό ότι άντρες και γυναίκες ίσως να επεξεργάζονται την γλώσσα διαφορετικά.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. «Το πρόβλημα και η επίλυσή του» Δημήτρης Λ. Καραγιώργος Εκδόσεις Σαββάλας.
2. «Ο Εκπαιδευτικός στην τάξη» David Fontana Εκδόσεις Σαββάλα.
3. «Ευρετική» -μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων . Γ. Ρουσόπουλος Εκδόσεις «ΕΛΛΗΝ»
4. «Λύση προβλημάτων» Hank Kahney Εκδόσεις ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΓΡΑΜΜΑΤΑ
5. «Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών» Martin Hughes . Εκδόσεις Gutenberg
6. «Η σκέψη των Παιδιών» Margaret Donaldson Εκδόσεις Gutenberg
7. «Τα μαθηματικά για παιδιά από 5 έως 16 ετών» Μετάφραση –εισαγωγή – Επιμέλεια Ε. Τρέσσου Εκδόσεις «Νέα Σύνορα» -Α.Α. ΛΙΒΑΝΗ
8. «Εξελικτική Ψυχολογία» Τόμος 3 & 4 Ιωάννου Ν. Παρασκευόπουλου

9. «Αποδείξεις χωρίς λόγια» Roger . B. Nelsen Εκδόσεις Σαββάλα.
10. «Πώς να το λύσω» G. Polya Εκδόσεις ΚΑΡΔΑΜΙΤΣΑ.
11. «Κακοί αναγνώστες. ΓΙΑΤΙ;» Jacqes Fijalkow Εκδόσεις ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΓΡΑΜΜΑΤΑ.
12. Περιοδικό «Σύγχρονη Εκπαίδευση» Τεύχος 112 Μαίου –Ιουνίου 2000.
13. «Ψυχολογία των Μαθηματικών» Πρόλογος – Επιμέλεια Στέλλα Βοσνιάδου.
14. «Εισαγωγή στην Ψυχολογία»Στέλλα Βοσνιάδου Εκδόσεις Gutenberg.
15. «Διδακτική των Μαθηματικών» Αθανασίου Γαγάτση Εκδόσεις ART of TEXT Α.Ε.
16. «Διδακτική των Μαθηματικών» Γεωρίου Αρ. Δαμάλα ΑΘΗΝΑ 1980
17. «Γνωσιολογική και διδακτική προσέγγιση των στοιχειωδών μαθηματικών εννοιών» Ευγενίας Κολέζα Εκδόσεις Leader Books .
18. Διδακτική των Μαθηματικών» Θεόδωρος Γ. Εξαρχάκος Εκδόσεις ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΓΡΑΜΜΑΤΑ.